НАУКИ ИЗЧИСЛЕНІЯ

Книга первая,

содержащая

Основанія Ариѳметики



Сочиненіе

Академика Гурьева.



ВЪ С ПЕТЕРБУРГѢ
При Морской Типографіи 1805 года.

РОСПИСЬ ПРЕДМЕТАМЪ,

Содержащимся въ сей первой книгѣ Науки Изчисленія

ОСНОВАНІЯ НАУКИ ИЗЧИСЛЕНІЯ.

ВВЕДЕНІЕ

I

Въ Основаніяхъ Геометріи замѣтили, что вся ѳеорія сея науки не въ иномъ чемъ состоитъ, какъ въ доказательствѣ равенства и большаго или меньшаго неравенства разсматриваемыхъ въ оной величинъ (Осн Геом. Вв. ч 51), и ниже увидимъ, что оттуда взаимное однѣхъ сего рода величинъ по другимъ опредѣленіе непосредственно произходитъ Изъ чего составляемъ другое о Геометріи понятіе, по коему оная есть наука о сравненіи протяженностей и произходящемъ оттуда взаимномъ однѣхъ изъ нихъ по другимъ опредѣленіи И сходственно съ симъ о Геометріи понятіемъ вообще сказать можно, что *вся Маѳематика имѣетъ единственнымъ предметомъ сравненіе величинъ и произходящее оттуда взаимное однѣхъ изъ нихъ по другимъ опредѣленіе*

II.

Чего ради прежде, нежели отъ Геометріи поступимъ въ Маѳематикѣ далѣе, надлежитъ разсмотрѣть общимъ или, такъ сказать, отвлеченнымъ образомъ сіе величинъ сравненіе и произходящее оттуда взаимное однѣхъ изъ нихъ по другимъ опредѣленіе, дабы тѣмъ впредь облегчить изслѣдованіе многихъ наукъ, Маѳематику составляющихъ, и не инымъ чемъ въ предметѣ своемъ разнствующихъ, какъ токмо особымъ родомъ величинъ, въ каждой изъ нихъ разсматриваемыхъ

III

На сей конецъ примѣчаемъ, что для учиненія сравненія между безчисленнымъ множествомъ существующихъ во всякомъ родѣ величинъ и извлеченія изъ того отношеній, между ими имѣющихся, ко взаимному однѣхъ изъ нихъ по другимъ опредѣленію, самое простѣйшее средство есть то, чтобы въ каждомъ родѣ величинъ избрать по произволенію одну, и съ оною сравнивать или сличать всѣ прочія того же рода величины; ибо, когда таковымъ образомъ отношенія всѣхъ того же рода величинъ къ одной не премѣняемой величинѣ извѣстны будутъ, то и взаимныя между ими отношенія, каковыя токмо изъ непосредственнаго ихъ сравненія или сличенія извлечь можно, такъ же извѣстны будутъ, и величины взаимно однѣ по другимъ опредѣлятся

IV.

Въ прочемъ сіе средство есть единое, помощію коего мы о различныхъ какого ниесть рода величинахъ ясное понятіе имѣть можемъ; потому что, когда сія произвольная, но непремѣняемая величина, отъ частаго употребленія и обращенія въ глазахъ нашихъ сдѣлается намъ примѣтною и извѣстною, то помощію сравненія съ нею другихъ того же рода величинъ, оныя въ умѣ нашемъ ясно начертаются, или мы получимъ объ нихъ понятіе ясное

V

И такъ да изберется въ каждомъ родѣ величинъ одна таковая сравнительная величина, и оная да назовется, какъ обыкновенно, *единицею*

VI

Посмотримъ, какимъ образомъ, помощію сравненія величинъ того же рода съ сею произвольною единицею, мы можемъ приобрѣсти познаніе отношеній, между ими и ею имѣющихся На сей конецъ замѣтимъ, что изъ различныхъ величинъ, съ единицею сравниваемыхъ, однѣ съ нею могутъ быть соизмѣримы, а другія несоизмѣримы (ѳ в прц опр. 5); изъ чего явствуетъ, что здѣсь два случая имѣютъ мѣсто

VII.

Положимъ во первыхъ, что величина сравниваемая съ единицею соизмѣрима съ оною; въ семъ случаѣ могутъ имѣть мѣсто еще слѣдующіе три случая: или общая мѣра (ѳ.в.прц опр.4) сравниваемой величины и единицы есть самая единица, или общая ихъ мѣра есть самая сравниваемая съ единицею величина, или наконецъ сія общая мѣра есть особая какая нибудь величина. Въ первомъ случаѣ сравниваемая съ единицею величина, какъ измѣряющаяся единицею, будетъ нѣкая кратная величина единицы, или все тоже, нѣкое собраніе единицъ. Всякое таковое единицъ собраніе есть то, что *цѣлымъ числомъ* называется. Въ другомъ случаѣ сравниваемая съ единицею величина, какъ измѣряющая единицу, будетъ нѣкая частная величина единицы, или то, въ разсужденіи чего единица есть нѣкое собраніе. Всякая таковая величина, или всякое то, въ разсужденіи чего единица есть собраніе именуется *дробною единицею*. Наконецъ въ третьемъ случаѣ общая мѣра, какъ измѣряющая единицу, будетъ нѣкая частная величина единицы, и слѣдовательно то, что мы дробною единицею назвали, а сравниваемая

мая съ единицею величина, какъ измѣряющаяся общею мѣрою, будетъ нѣкая кратная величина сей общей мѣры, или оной дробной единицы, и слѣдовательно нѣкое собраніе сихъ дробныхъ единицъ Всякое таковое дробныхъ единицъ собраніе есть то, что собственно *дробью* называется

VIII

Итакъ мы находимъ, что въ случаѣ соизмѣримости сравниваемыхъ съ единицею величинъ имѣющееся отношеніе ихъ къ единицѣ заключается въ первыхъ понятіяхъ, нами отъ природы пріобрѣтаемыхъ и вообще обыкновенно *числами* называемыхъ

IX

При чемъ явно, что когда по учиненіи сравненія предложенной величины съ единицею одно изъ таковыхъ понятій, каковое сей величинѣ приличествуетъ, извѣстно будетъ, то и оная величина по единицѣ тотчасъ опредѣлится, почему отношеніе сіе, заключающееся въ первыхъ понятіяхъ отъ природы нами пріобрѣтаемыхъ, ведетъ насъ къ тому самому величинъ опредѣленію, каковое въ общемъ предметѣ Маѳематики предполагалося, и сей первой случай никакому не подверженъ затрудненію

X

Но прежде, нежели приступимъ къ другому случаю, мы сдѣлаемъ слѣдующія два замѣчанія:

1) Числу, непосредственно при сравненіи соизмѣримыхъ съ единицею величинъ подъ тремя видами представляющемуся, можно дать общее слѣдующее опредѣленіе·

Число вообще есть или собраніе единицъ, или то, въ разсужденіи чего единица есть собраніе, или наконецъ собраніе того, въ разсужденіи чего и единица есть собраніе.

Такъ два, три, четыре и проч. есть собраніе единицъ, половина, треть, четверть и проч. есть то, въ разсужденіи чего единица есть собраніе; и наконецъ двѣ трети, три четверти, четыре пятыхъ и проч. есть собраніе того, то есть третей, четвертей, пятыхъ и проч., въ разсужденіи чего и единица есть собраніе.

2) Въ семъ опредѣленіи числа, подъ именемъ онаго, какъ и подъ именемъ единицы, разумѣется самая вещь, какъ напримѣръ которая ни есть изъ трехъ протяженностей. Но часто чрезъ число разумѣется то, гдѣ ни единица, ни собраніе оныхъ ничего вещественнаго не имѣетъ, какъ напримѣръ, когда говорится просто одинъ, два, три, и проч., или еще разъ, два раза, три раза и проч. Итакъ число надлежитъ раздѣлять на *вещественное и отвлеченное* (numerus concretus et numerus abstractus). Въ предметахъ насъ окружающихъ и чувствамъ нашимъ подлежащихъ нужно наипаче первое, но понятіе, которое каждому вещественному числу особо приличествуетъ, есть неминуемо число отвлеченное, и по сему число отвлеченное съ вещественнымъ неразлучно сопутствуетъ. Замѣтивъ сіе, обратимся ко второму случаю.

XI

Положимъ, что величина сравниваемая съ единицею, несоизмѣрима съ оною. Въ семъ случаѣ отношеніе сравниваемой величины къ единицѣ пребываетъ не извѣстно,

и оную по единицѣ чрезъ непосредственное сравненіе опредѣлить уже не можно Ибо, такъ какъ въ семъ случаѣ сравниваемая величина и единица никакой общей мѣры не имѣютъ, то ни единица, ниже какая либо частная ея величина, въ сравниваемой величинѣ безъ остатка содержаться не будетъ; почему сію сравниваемую величину по единицѣ симъ образомъ и опредѣлить не можно Между тѣмъ, поелику частную величину единицы можно взять столь малую, какъ угодно будетъ, то явствуетъ, что оная сравниваемая съ единицею величина можетъ быть заключена толь въ тѣсные, числами изображающіеся и приближенными ея величинами называющіеся предѣлы, какъ токмо угодно будетъ. Однако въ самой строгости ни которой изъ сихъ предѣловъ вмѣсто самой сравниваемой величины взять быть не можетъ, развѣ въ такихъ случаяхъ, въ коихъ не требуется совершенной точности. Итакъ, поелику здѣсь дѣло настоитъ не о случаяхъ, но объ общемъ величинъ опредѣленіи, посмотримъ, какимъ образомъ несоизмѣримыя съ единицею величины въ самой точности по оной опредѣлены быть могутъ

XII.

На сеи конецъ примѣчаемъ, что въ Геометріи различныя линіи строеніемъ взаимно опредѣляются въ самой точности, соизмѣримы ли оныя между собою или нѣтъ Такъ напримѣръ діагональ квадрата по сторонѣ онаго извѣстнымъ строеніемъ точно опредѣляется (Осн Геом к. 1, г. 4, п. 34), хотя и извѣстно, что сіи линіи несоизмѣримы между собою (є н прц п 16); равнымъ образомъ діагональ правильнаго пя-

шиугольника по сторонѣ онаго изъясненнымъ въ Геометріи строеніемъ точно опредѣляется (Осн. Геом. к. 2, г 2, п 11), хотя такъ же извѣстно, что сіи линіи несоизмѣримы между собою (Осн. Геом. к. 2, г 2, прис. 3 къ п. 10); подобнымъ образомъ окружность круга по діаметру или радіусу онаго точно опредѣляется, хотя изъ Геометріи и не извѣстно еще соизмѣримы ли сіи величины или нѣтъ, и такъ далѣе. Изъ чего заключить можемъ, что точное несоизмѣримыхъ съ единицею величинъ опредѣленіе, по оной единицѣ, изъ Геометріи извлекать надлежитъ И въ самомъ дѣлѣ, естьли въ первомъ изъ приведенныхъ примѣровъ положимъ, что сторона квадрата съ единицею соизмѣрима, то діагональ онаго будучи съ сею стороною несоизмѣрима, будетъ по необходимости и съ единицею несоизмѣрима (ѳ. в. прц. п. 13); но не смотря на то, оная діагональ по единицѣ точно опредѣляется; ибо по причинѣ соизмѣримости стороны квадрата съ единицею, сія сторона по единицѣ точно опредѣлится, потомъ же извѣстнымъ образомъ на той сторонѣ составленный квадратъ опредѣлитъ намъ точно и діагональ, которую по данной единицѣ опредѣлить надлежало. Тоже самое должно разумѣть и о діагонали пятиугольника, которая съ единицею равнымъ образомъ несоизмѣрима, когда сторона сего пятиугольника съ оною соизмѣрима, и о премногихъ другихъ съ единицею несоизмѣримыхъ величинахъ, коихъ въ послѣдствіи безчисленное множество окажется Но сіи и другія подобныя строенія служатъ собственно къ опредѣленію по единицѣ токмо несоизмѣримыхъ съ оною линій; почему раждается вопросъ, какимъ образомъ по своей единицѣ опредѣлиться

могутъ инаго рода несоизмѣримыя съ оною величины, какъ напримѣръ поверхности и толщины тѣлъ? Единое для сего представляется средство, состоящее въ употребленіи прямыхъ линій, какъ величинъ самыхъ простѣйшихъ изъ всѣхъ родовъ оныхъ. Итакъ вообразимъ себѣ, что на неопредѣленной прямой линіи, отъ какой ни есть ея точки, взяты опредѣленныя ея величины, такъ относящіяся къ линейной ихъ единицѣ, какъ относятся всякаго другаго рода величины къ своей единицѣ, по опредѣленію пропорціи данному въ Основаніяхъ Геометріи (ѳ. в. прц. опр. 7), тогда отъ опредѣленія сихъ величинъ прямой линіи по линейной ихъ единицѣ, въ слѣдствіе означенной пропорціи, зависѣть будетъ и опредѣленіе величинъ всякаго другаго рода по ихъ единицѣ. Ибо помощію тѣхъ опредѣленныхъ величинъ прямой линіи означенная пропорція, при непремѣняемости какъ линейной ихъ единицы, такъ и единицы величинъ всякаго другаго рода, дѣлаетъ, что сіи послѣднія величины остаются неизмѣняемыми, и слѣдовательно опредѣленными. И хотя по свойству той же пропорціи, въ случаѣ несоизмѣримости съ единицею сихъ послѣднихъ величинъ, соотвѣтствовать имъ будутъ такъ же несоизмѣримыя съ единицею величины прямой линіи, однако, поелику сіи величины прямой линіи по линейной ихъ единицѣ, чрезъ посредство Геометріи опредѣлены быть могутъ, какъ-то выше сего мы замѣтили, оная несоизмѣримость ихъ съ единицею къ опредѣленію чрезъ нихъ несоизмѣримыхъ съ единицею всякаго другаго рода величинъ, по сей оныхъ единицѣ, помѣшательствомъ служить не будетъ

XIII

И такъ прямыя линіи опредѣляютъ намъ всякаго рода несоизмѣримыя съ единицею величины, по сей ихъ единицѣ, подобно какъ выше числа опредѣлили намъ всякаго же рода соизмѣримыя съ единицею величины, по сей ихъ единицѣ; такъ что сказать можно, что оныя прямыя линіи въ случаѣ величинъ съ единицею несоизмѣримыхъ, составляютъ отношенія сихъ величинъ къ ихъ единицѣ, подобно какъ числа въ случаѣ величинъ съ единицею соизмѣримыхъ, суть отношенія сихъ послѣднихъ величинъ къ ихъ единицѣ

XIV

И симъ образомъ, то есть прямыми же линіями, ничто не препятствуетъ изображать даже отношенія соизмѣримыхъ съ единицею величинъ къ сей ихъ единицѣ, которыя отношенія, какъ то видѣли, числами изъ являются; ибо прямыя линіи такъ относящіяся къ линейной ихъ единицѣ, какъ относятся соизмѣримыя съ единицею всякаго другаго рода величины къ сей ихъ единицѣ, будучи съ тою линейною единицею такъ же соизмѣримы, равно удобно, и даже точно такимъ же образомъ, какъ и числа, опредѣляютъ намъ сіи соизмѣримыя съ единицею всякаго другаго рода величины по сей ихъ единицѣ.

XV

И такъ сіе средство изображать отношенія какого ниесть рода величинъ къ ихъ единицѣ есть паче общее нежели числа (*).

(*) И для того славный изъ нѣмецкихъ философовъ Вольфъ въ сво-

XVI

Наука, имѣющая предметомъ всевозможные способы сопряженія изъ сихъ отношеній, изображающихся или въ особенности числами, или во всеобщности линіями, называется *Наукою Изчисленія* Она дѣлится на двѣ части

1) На науку, въ которой разсматриваются всевозможные способы сопряженія изъ тѣхъ упомянутыхъ отношеній, кои въ особенности числами изображаются Сія наука *Ариѳметикою* называется.

2) На науку, въ которой разсматриваются всевозможные способы сопряженія *изъ всѣхъ* упомянутыхъ отношеній, во всеобщности линіями изображающихся. Оная составляетъ то, что *Общею Ариѳметикою* называется, или, какъ нѣкоторые новѣйшіе писатели изъясняются, то, что *Алгебраическимъ языкомъ* именуется

XVII

И къ сей самой Наукѣ Изчисленія относится такъ

ихъ Основаніяхъ Маѳематики, желая понятіе о числѣ отъ соизмѣримыхъ съ единицею величинъ, распространить и къ несоизмѣримымъ съ оною, говоритъ: „то что относится къ единицѣ, какъ прямая линія къ другой прямой, числомъ называется; такъ что естьли за единицу возмется прямая линія, „то и число такъ же чрезъ прямую изобразиться можетъ„.

Но чтобы не сливать двухъ существенно разнствующихъ случаевъ, мы чрезъ число будемъ разумѣть то, что предъ симъ подъ именемъ онаго разумѣли, а на прямую линію взирать будемъ, яко на общее средство, служащее къ опредѣленію отношеній какъ несоизмѣримыхъ, такъ и соизмѣримыхъ съ единицею величинъ.

же *Алгебра*, собственно называемая, и *Аналитика*, коимъ можно дать слѣдующія опредѣленія

1) Алгебра, собственно называемая, есть наука о свойствахъ и разрѣшеніи уравненій, изображенныхъ по знакоположеніямъ Общей Ариѳметики или, иначе сказать, Языкомъ Алгебраическимъ

2) Аналитикою же именуется искуство приводить вопросы, изъ Ариѳметики Частной и Общей представляющіеся, въ алгебраическія уравненія, и разрѣшать оные простѣйшими способами, каковые при каждомъ вопросѣ въ особенности употребить можно будетъ

XVIII

Итакъ Науку Изчисленія весьма пристойно раздѣлить можно на четыре слѣдующія книги:

Книга I Объ Ариѳметикѣ Частной

Книга II Объ Ариѳметикѣ Общей или Алгебраическомъ Языкѣ.

Книга III Объ Алгебрѣ, собственно называемой

Книга IV Объ Аналитикѣ, то есть о искуствѣ разрѣшать вопросы. (*)

(*) Хотя Аналитика въ теперешнемъ состояніи почти не имѣетъ еще постоянныхъ и непремѣнныхъ правилъ, и потому не составляетъ еще науки, собственно называемой; однако, поелику научиться оной неинаке можно, какъ разрѣшеніемъ великаго числа разныхъ вопросовъ, мы почли за нужное составить особую подъ упомянутымъ названіемъ книгу изъ оныхъ, включая въ нее любопытнѣйшіе и наиболѣе научающіе насъ сему искуству вопросы, какъ до Ариѳметики, такъ и до Геометріи относящиеся, тѣмъ паче, что оные помѣщенные въ самой Алгебрѣ, прерывали бы связь предложеній сію науку составляющихъ.

XIX.

Поелику же какъ въ Частной, такъ и Общей Ариѳметикахъ разсуждается объ однихъ и тѣхъ же способахъ сопряженія изъ отношеній, имѣющихся между величинами и ихъ единицею, и изображающихся или въ особенности числами или во всеобщности линіями; то мы здѣсь изъяснимъ, въ чемъ состоятъ оные способы. При чемъ для большей удобности въ изъясненіи, на отношенія величинъ къ ихъ единицѣ взирать будемъ, какъ на самыя величины, поелику сіи послѣднія, по ихъ единицѣ опредѣляются первыми, и въ подразумѣваніи сея единицы изображаются даже оными

XX

По сіе время извѣстныхъ таковыхъ способовъ считается седьмь слѣдующихъ: *1) сложеніе, 2) вычитаніе, 3) умноженіе, 4) дѣленіе, 5) возвышеніе степеней, 6) извлеченіе корней, и напослѣдокъ 7) ученіе о логариѳмахъ.*

XXI

Сложеніе есть способъ многимъ купно взятымъ величинамъ того же рода находить одну равную Сія найденная величина называется *суммою* или *совокупною величиною*

XXII

Вычитаніе есть способъ находить величину, коею одна изъ величинъ того же рода превосходитъ другую. Сія найденная величина называется *разностію* или *остаткомъ*

XXIII.

Умноженіе есть способъ находить величину, которая бы къ одной изъ данныхъ, называемой *мно-*

жимою, такъ относилася, какъ другая, именуемая *множащею*, къ единицѣ (*). Множимая и множащая величины вообще *множителями* называются, а найденная чрезъ умноженіе оныхъ *произведеніемъ* именуется.

XXIV.

Деленіе есть способъ находить величину, которая бы къ одной изъ данныхъ, называемой *дѣлимою*, такъ относилася, какъ единица къ другой, именуемой *дѣлящею* (*). Сія найденная величина называется *частнымъ дѣленія*

XXV

Возвышеніе степеней есть способъ находить произведеніе, происходящее отъ умноженія какойнибудь величины самой на себя нѣсколько разъ. Сіе произведеніе вообще *степенью* называется, и число показующее, сколько разъ умножающаяся сама на себя величина есть множителемъ въ томъ произведеніи, *указателемъ степени* именуется, по коему оная и различается-

(*) Слово умноженіе собственно принадлежитъ токмо къ умноженію величинъ на цѣлыя числа, когда сыскивается величина во столько кратъ большая множимой, во сколько множащее число больше единицы; но за недостаткомъ приличнѣйшаго слова смыслъ оного распространили и вообще къ найденію величины, которая бы такъ относилась къ множимой, какъ множащая къ единицѣ: и симъ образомъ не только, какъ то замѣчаетъ великій Нютонъ въ своей Универсальной Ариѳметикѣ, умноженіе можетъ быть производимо отвлеченными числами, но такъ же и самыми непрерывными величинами, какъ то линіями, поверхностями, движеніями, тяжестями, и проч.

(** Здѣсь подобное замѣчаніе мѣсто имѣетъ, каковое мы при умноженіи приложили.

ся Такъ, когда величина ни единождьі сама на себя не умножаеться, то оная значитъ *первую степень*, потому что въ самой себѣ есть единождьі множителемъ; когда же величина однажды сама на себя умножится, то происшедшее оттуда произведеніе будетъ *вторая степень*, потому что оная величина въ семъ произведеніи есть дважды множителемъ; но когда величина дважды сама на себя умножится, то происшедшее оттуда произведеніе будетъ *третья степень*, потому что оная величина въ семъ произведеніи есть трижды множителемъ, и такъ далѣе

Вторая, третья и четвертая степени называются еще *квадратомъ, кубомъ и биквадратомъ.*

XXVI

Извлеченіе корней есть способъ находить величину, которая бы сама на себя умноженная нѣсколько разъ дала данную величину Сія найденная величина *корнемъ данной* называется, и число показующее, сколько разъ корень долженъ быть множителемъ, чтобы составить данную величину, *указателемъ извлеченія* именуется, по коему оное извлеченіе и различается. Такъ, когда величина ни единождьі сама на себя не умноженная должна дать данную, то оная будетъ *корень первой степени*, потому что единождьі должна быть множителемъ, чтобы составить данную величину; когда же величина однажды сама на себя умноженная должна дать данную, то оная будетъ *корень второй степени*, потому что дважды должна быть множителемъ, чтобы составить данную величину, но когда величина дважды сама на се-

бя умноженная должна дать данную, то оная будетъ *корень третьей степени*, потому что должна быть трижды множителемъ, чтобы составить данную величину, и такъ далѣе.

Корень второй, третьей и четвертой степени называются еще *корнемъ квадратнымъ, кубичнымъ и биквадратнымъ*

XXVII

Напослѣдокъ ученіе о логариѳмахъ вообще заключаетъ въ себѣ способъ находить указателя, когда данъ корень и степень онаго; что не иначе можетъ быть совершенно вразумительно, какъ по приведеніи возвышенія степеней и извлеченія корней въ подобную всеобщность, каковая отъ частнаго случая придана была выше умноженію и дѣленію; что въ своемъ мѣстѣ и сдѣлано будетъ

XXVIII

Сіи способы сопряженія изъ разсматриваемыхъ здѣсь отношеній величинъ къ ихъ единицѣ, какъ самыя оныя величины, составляютъ то, что *изчисленіемъ* называется, которому можно дать общее слѣдующее опредѣленіе:

Изчисленіе вообще есть всякое возможное сопряженіе изъ отношеній, имѣющихся между величинами и ихъ единицею, и изображающихся или числами или линіями.

XXIX

Наконецъ замѣтимъ, что, поелику какъ въ Частной, такъ и Общей Ариѳметикахъ, безъ сомнѣнія первое дѣло состоять должно въ томъ, что бы изобразить разсматриваемыя въ нихъ отношенія знаками, способными

къ произведенію на самомъ дѣлѣ приведенныхъ выше способовъ изчисленія; что симъ изображеніемъ отношеній знаками каждая изъ оныхъ наукъ и начаться долженствуетъ.

ОСНОВАНІЯ АРИѲМЕТИКИ.

О изображеніи чиселъ словами и знаками.

(1). Во первыхъ явно, что естьли бы для каждаго понятія, нами пріобрѣтаемаго, надлежало употребить особое слово и особый знакъ, то память наша симъ великимъ числомъ словъ и знаковъ весьма бы обременилася, и науки навсегда бы въ несовершенствѣ пребыли, потому что познанія не иначе усовершаться могутъ, какъ сближеніемъ понятій, словами и знаками въ памяти нашей укореняющихся. Съ другой же стороны извѣстно, что вообще сложныя понятія состоятъ изъ простыхъ, соединенныхъ между собою по общему вещей сходству. Чего ради для отвращенія упомянутаго неудобства люди сперва должны были искать средства изобразить сіи простыя понятія и сіе общее вещей сходство особенными словами и знаками, дабы потомъ безчисленное оное множество сложныхъ понятій могло изобразиться малымъ числомъ словъ и знаковъ. На каковомъ началѣ основаны всѣ языки, какъ и Ариѳметика, которая по предмету сея главы есть языкъ особенный, токмо до чиселъ относящійся.

(2) Безъ сомнѣнія языкъ совершеннѣйшій былъ бы тотъ, въ которомъ наивеличайшее число понятій могло бы изобразиться наименьшимъ, какъ возможно, числомъ словъ и знаковъ. И вотъ какимъ образомъ въ языкѣ Ариѳметическомъ общее людей согласіе до того достигло

ОТДѢЛЕНІЕ I

О изображеніи цѣлыхъ чиселъ словами и знаками.

(3) Для сего во первыхъ общее оное согласіе избрало число, до котораго счетъ вести надлежитъ, что бы потомъ снова оный начиная, еще далѣе продолжать, пока дойдено будетъ до двойнаго, тройнаго, и такъ далѣе, таковаго избраннаго числа Сіе избранное число у насъ и другихъ Европейскихъ народовъ есть *десять*, и для чего не иное какое, тому точную причину сказать трудно. Въ прочемъ весьма вѣроятно, что къ сему наипаче спомоществовало принятое у многихъ народовъ обыкновеніе считать по перстамъ обѣихъ рукъ, которые суть какъ нѣкое орудіе, нарочно отъ природы для того данное. Между тѣмъ не можно сказать, чтобы не имѣли въ семъ участія и языки, которыми разные народы говорить приобыкли: Аристотель повѣствуетъ, что бывали во Ѳракіи народы, которые по свойству ихъ языка, въ счетѣ далѣе четырехъ не поступали, и отъ четырехъ, какъ мы отъ десяти, назадъ возвращалися; такъ же Кондаминъ въ описаніи своего путешествія по Америкѣ сказываетъ, что видѣлъ народовъ, которые въ своемъ языкѣ числамъ свыше трехъ, какъ мы свыше десяти, особаго названія не имѣютъ Но какая бы то у насъ и другихъ народовъ причина ко избранію числа десяти, до коего счетъ вести и потомъ назадъ отъ него возвращаться надлежитъ, ни могла быть, привычка и воспитаніе учинили оное для насъ въ разсужденіи сего употребленія непремѣняемымъ и всякое другое число вовсе къ тому неспособнымъ Почему сіе избранное

отъ предковъ нашихъ число есть и по днесь основанiемъ нашей Ариѳметики

(4) И когда сie число за основанie Ариѳметики избрано было, то общее и такъ сказать тайное согласie дало предшествующимъ порядкомъ девяти числамъ особенныя всякому извѣстныя имена, и составило изъ нихъ *отдѣлъ единицъ*, въ которомъ, краткости ради, вмѣсто того, что бы сказать: единица, двѣ единицы, три единицы . . девять единицъ, говорится обыкновенно *одинъ, два, три*, ... *девять*.

(5) Прешедъ число девять, то же общее согласie считало отъ десяти до десяти десятковъ, какъ прежде въ счетѣ поступало отъ единицы до десяти единицъ, и чрезъ то составило другой отдѣлъ единицъ, которой подъ именемъ *отдѣла десятковъ* извѣстенъ, и въ которомъ, краткости ради, вмѣсто того, чтобы сказать десятокъ, два десятка, три десятка, . . . девять десятковъ, обыкновенно говорится. *десять, двадцать, тридцать, со́рокъ, пятьдесятъ, шестьдесятъ, семдесятъ, восемдесятъ, девяносто*.

(6) И какъ между каждыми двумя по порядку слѣдующими десятками заключается по девяти чиселъ, то для изображенiя ихъ словомъ, прибавляется къ имени, означающему предъидущiй десятокъ, имя единицъ, которыя къ тому десятку присовокупить надлежитъ, что бы получить число, словомъ изображено быть долженствующее Такъ напримѣръ для изображенiя словомъ чиселъ, по порядку слѣдующихъ отъ тридцати до сорока, говорится: тридцать одинъ, тридцать два, тридцать три, . тридцать девять

Изъ сего исключается однако же изображеніе словомъ чиселъ, по порядку слѣдующихъ отъ одного десятка до двухъ десятковъ или отъ десяти до двадцати, ибо вмѣсто того, что бы сказать: десять одинъ, десять два, десять три, десять девять, говорится обыкновенно: *одиннадцать, двѣнадцать, тринадцать, четырнадцать, пятнадцать, шестнадцать, семнадцать, восьмнадцать, девятнадцать.*

(7) Число, непосредственно за девятью десятками и девятью единицами или за девяносто девятью слѣдующее, есть десять десятковъ. Общее согласіе давъ оному имя *сотни,* считало отъ одной таковой сотни до десяти сотенъ и чрезъ то составило третій отдѣлъ единицъ, которой подъ именемъ *отдѣла сотенъ* извѣстенъ, и въ которомъ, краткости ради, вмѣсто того, что бы сказать. сотня, двѣ сотни, три сотни, девять сотенъ, обыкновенно говорится *сто, двѣсти, триста, девятьсотъ*

(8) И какъ между каждыми двумя по порядку слѣдующими сотнями заключается по девяносто девяти чиселъ, то для изображенія ихъ словомъ, прибавляются къ имени, означающему предъидущую сотню, попеременно имена девяти десятковъ и девяти единицъ, или все тоже, имена девяносто девяти предшествующихъ первой сотнѣ чиселъ

Сіе правило не подвержено никакому исключенію, и потому чрезъ оное получать наименованіе всѣ числа, содержащіяся между одною сотнею и девятью сотнями, или стомъ и девятью стами, говоря: *сто одинъ, сто*

два, сто три, ... сто девяносто девять; двѣсти одинъ, двѣсти два, двѣсти три . . . . двѣсти девяносто девять; триста одинъ, триста два, триста три . . . . триста девяносто девять, ... девять сотъ одинъ, девять сотъ два, девять сотъ три, ... девять сотъ девяносто девять

(9) Непосредственно послѣ девяти сотъ девяносто девяти слѣдующее число есть десять сотенъ, оное называется *тысячею*, и счетъ продолжается отъ одной тысячи до десяти тысячъ точно тѣмъ же образомъ, какъ веденъ былъ отъ одной сотни до десяти сотенъ или тысячи, то есть, для изображенія каждыхъ девяти сотъ девяносто девяти чиселъ, содержащихся между каждыми двумя по порядку слѣдующими тысячами, прибавляются къ имени, означающему предъидущую тысячу, имена оныхъ девяти сотъ девяносто девяти чиселъ

(10) Послѣ сего казалося бы, что держась сходства, надлежало слѣдующій десятокъ тысячъ изобразить особымъ именемъ, какъ сдѣлали Греки и древніе Россіяне, назвавъ оный одни *миріадою*, а другіе *тьмою*; однако для уменьшенія именъ и единообразія классовъ, о коихъ ниже сказано будетъ, мы принявъ отъ другихъ Европейскихъ народовъ науки, приняли и ихъ счетъ отъ тысячи до тысячи тысячъ, безъ употребленія новаго имени, и сіе послѣднее число назвали *милліономъ*.

(11) Какъ веденъ былъ счетъ отъ тысячи до тысячи тысячъ или милліона, безъ употребленія новаго име-

ни, такимъ же образомъ соглашеносъ вести счетъ отъ милліона до милліона милліоновъ; потомъ назвавъ сіе послѣднее число *билліономъ*, отъ билліона до милліона билліоновъ; придавъ же сему послѣднему числу имя *триллiона*, отъ триллiона до милліона триллiоновъ, потомъ назвавъ сіе послѣднее число *квадриллiономъ*, отъ квадриллiона до милліона квадриллiоновъ, и такъ далѣе

И такимъ образомъ общее людей согласіе составило правило изображать словомъ всѣ возможныя числа: посмотримъ теперь, какимъ образомъ достигло оно къ изображенію чиселъ знаками

(12) Древніе не столь успѣшны были въ семъ послѣднемъ предметѣ, какъ въ первомъ, ибо они въ системахъ своихъ погрѣшали не токмо многосложностію, но и безпорядочнымъ знаковъ сопряженіемъ Между тѣмъ, когда первой шагъ сдѣланъ, другой кажется не трудно было сдѣлать. Въ самомъ дѣлѣ, не естественно ли было послѣдовать тому же порядку въ знакахъ чиселъ, каковому слѣдовали въ счетѣ оныхъ? то есть: не принимать болѣе девяти знаковъ, какъ принято было только девять первоначальныхъ именъ чиселъ; повторять безпрестанно тѣже знаки, какъ повторяли тѣже имена, словомъ изображать тѣмъ же знакомъ, какъ изображали тѣмъ же именемъ, тоже число единицъ, десятковъ, сотенъ и проч. Но скажутъ съ немалымъ основаніемъ, что сей послѣдніи случай много различенъ отъ перваго; ибо въ первомъ случаѣ къ числу, напримѣръ семи, значущему семь ли единицъ, семь ли десятковъ, семь ли сотенъ и проч, стоитъ токмо сіи имена единицъ, десятковъ, сотенъ, и проч придать, что бы получить на-

стоящее его знаменование, но въ последнемъ случаѣ ничто не показываетъ, какимъ образомъ одинъ и тотъ же знакъ можетъ изображать семь единицъ того или другаго отдѣла.

Сія трудность, тѣмъ паипаче важная, что состоитъ изъ двухъ частей, превозможена Аравитянами, которые достигли желаемой цѣли посредствомъ двухъ весьма остроумныхъ приемовъ: они придумали во первыхъ давать каждому знаку знаменованіе того или другаго отдѣла единицъ посредствомъ занимаемаго имъ мѣста; то есть, они изобразивъ первыя девять чиселъ чрезъ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, согласились, сходственно со способомъ ихъ писанія, что бы каждой изъ сихъ знаковъ, стоящій съ правой стороны на первомъ мѣстѣ, означалъ единицы, на второмъ десятки, на третьемъ сотни, на четвертомъ тысячи, на пятомъ десятки тысячъ, на шестомъ сотни тысячъ, на седьмомъ милліоны, и такъ далѣе И такимъ образомъ для изображенія числа, напримѣръ пятидесяти четырехъ или пяти десятковъ и четырехъ единицъ, стоило токмо написать вмѣстѣ знаки чиселъ пяти и четырехъ, и притомъ знакъ последняго числа съ правой стороны на первомъ мѣстѣ, а перваго на второмъ, то есть такъ: 54; равнымъ образомъ для изображенія числа шести тысячъ восьми сотъ семидесяти четырехъ, надлежало токмо вмѣстѣ написать знаки чиселъ шести, восьми, семи и четырехъ, то есть такъ: 6874.

(13) Сего было не довольно, оставался еще весьма знатной классъ чиселъ, которой не подходилъ подъ предъидущее правило и которой составляли всѣ тѣ чи-

сла, въ коихъ единицъ какого нибудь одного или многихъ отдѣловъ не находилось. Такъ напримѣръ число десять, которое означаетъ десятокъ или единицу втораго отдѣла, и въ которомъ простыхъ единицъ или единицъ перваго отдѣла не содержится; равнымъ образомъ въ примѣръ приведено быть можетъ число триста четыре, которое не содержитъ въ себѣ десятковъ или единицъ втораго отдѣла, какъ и число шесть тысячъ три, въ которомъ нѣтъ ни сотенъ, ни десятковъ или единицъ ни втораго, ни третьяго отдѣла, и такъ далѣе Но преодолѣвъ главную трудность, Аравитяне тотчасъ должны были предвидѣть, что сію вторую трудность не иначе преодолѣть было можно, какъ принятіемъ новаго знака, которой бы самъ по себѣ никакого числа не изображая, служилъ средствомъ къ доставленію каждому изъ прочихъ знаковъ надлежащаго мѣста Таково дѣйствительно есть произхожденіе и сущность вспомогательнаго знака 0, *нуль* или ничего называемаго И по принятіи онаго упомянутыя числа десять, три ста четыре и шесть тысячъ три слѣдующимъ образомъ изобразить можно: 10, 304, 6003 Изъ сихъ и другихъ подобныхъ изображеній явствуетъ, что нули занимаютъ мѣсто единицъ тѣхъ отдѣловъ, коихъ въ изображаемыхъ знаками числахъ не находится, и чрезъ то доставляютъ надлежащія мѣста прочимъ знакамъ, изображающимъ единицы тѣхъ отдѣловъ, кои въ изображаемыхъ знаками числахъ содержатся.

(14) Поелику всеобщность и краткость въ правилахъ суть два весьма важныя качества всякаго ученія, то мы покажемъ самымъ общимъ и купно самымъ крат-

кимъ образомъ разрѣшеніе сугубаго вопроса, каковый въ разсужденіи счета предложить можно. И чтобы удобопонятнѣе то было, возмемъ довольно великое число, какъ напримѣръ ниже слѣдующее, изъ 20 знаковъ состоящее Раздѣлимъ его запятыми отъ правой руки къ лѣвой на классы, включая въ каждый классъ по три знака; и мы будемъ знать мѣста единицъ, десятковъ, сотенъ и тысячъ, принадлежащихъ къ разнымъ отдѣламъ, такъ же мѣста милліоновъ, билліоновъ, трилліоновъ, и такъ далѣе, а именно такимъ образомъ: считая по два класса, всегда отъ правой руки къ лѣвой, мы чрезъ первой знакъ по запятой, отдѣляющей каждые тѣ два вмѣстѣ взятые класса, будемъ имѣть знакъ милліоновъ, билліоновъ, трилліоновъ, и такъ далѣе; потомъ чрезъ первой знакъ по запятой, отдѣляющей оные два класса между собою, мы будемъ имѣть знакъ тысячъ, чрезъ второй знакъ десятковъ тысячъ, и чрезъ третій знакъ сотенъ тысячъ; и наконецъ чрезъ первой знакъ не по запятой сей, но предъ сею запятою, будемъ имѣть знакъ сотенъ, чрезъ второй знакъ десятковъ и чрезъ третій знакъ единицъ. И такъ ниже слѣдующее число, изъ 20 знаковъ состоящее, будетъ имѣть значеніе, словомъ изображающееся по присовокупленной къ нему надписи, которую читать надлежитъ не отъ правой руки къ лѣвой, но отъ лѣвой къ правой, то есть какъ обыкновенно читаемъ

триллиона	3	тридцать
	4,	четыре
биллионовъ	7	семь сотъ
	8	восемдесятъ
	6,	шесть тысячъ
	5	пять сотъ
	15,	пятнадцать
миллионовъ	8	восемь сотъ
	04,	четыре тысячи
	5	пять сотъ
	90,	девяносто
единицъ	7	семь сотъ
	6	шестьдесятъ
	7,	семь тысячъ
	9	девять сотъ
	17.	семнадцать

Отсюда явствуетъ, какъ и обратно изображенное словомъ какое нибудь число изображено быть можетъ на письмѣ знаками Такъ напримѣръ число триста два билліона пять сотъ три тысячи двѣсти восемьдесятъ пять милліоновъ семь тысячъ четыреста пятьдесятъ единицъ изобразится знаками слѣдующимъ образомъ

302, | 503, 285, | 007, 450

ПРИБАВЛЕНІЕ

Къ сему Іму Отдѣленію главы Ій

(15) Поелику число знаковъ употребляемыхъ въ Ариѳметикѣ, для изображенія всѣхъ цѣлыхъ чиселъ, зависитъ, какъ то выше видѣли, отъ числа, до котораго счетъ вести и потомъ назадъ возвращаться надлежитъ, то, понеже ничто собственно намъ сего послѣдняго числа не опредѣляетъ, число оныхъ знаковъ можетъ быть больше или меньше, нежели десять Правда, весьма вѣроятно, какъ то мы сказали во 3мъ членѣ, что число пальцовъ рукъ нашихъ служило основаніемъ десятичной Ариѳметики, которые для людей въ началѣ обществъ были какъ нѣкое орудіе нарочно отъ природы къ счету данное, но съ другой стороны, естьли сія Ариѳметика въ началѣ обществъ была и хороша, то слѣдуетъ ли изъ того, что бы она и нынѣ была наилучшая изъ всѣхъ? И сіе то мы здѣсь изслѣдуемъ

Вопервыхъ она не есть простѣйшая: самая простѣйшая есть та, которая не болѣе требуетъ, какъ токмо двухъ знаковъ, то есть нуля и единицы. Сія Ариѳметика называется *двузначною*, и кажется, что во времена древнѣйшія у Китайцовъ была въ употребленіи; въ новѣйшія же времена она возобновлена Лейбницомъ.

Посредствомъ сей Ариѳметики равнымъ образомъ, какъ и посредствомъ десятичной, можно изобразить всѣ цѣлыя числа, какъ словами, такъ и знаками· стоитъ токмо замѣтить, что въ оной единицы втораго отдѣла будутъ содержать въ себѣ двѣ единицы, единицы третьяго отдѣла двѣ единицы втораго, и такъ далѣе; ибо изо-

браженіе чиселъ изъ того будетъ непосредственно слѣдовать

Въ самомъ дѣлѣ, вопервыхъ си отдѣлы словомъ изобразятся тако: одинъ, два, два два, дважды два два, и такъ далѣе; числа же содержащіяся между сими отдѣлами изобразятся словомъ такимъ образомъ: два одинъ или одинъ на два, два два одинъ или одинъ на два два, и такъ далѣе

Во вторыхъ для изображенія сихъ чиселъ знаками, сходственно съ веденнымъ счетомъ, довольно взять токмо два знака 0 и 1, и будетъ

на первомъ мѣстѣ		1	значитъ	одинъ,
— второмъ	——	10	——	два,
— третьемъ	——	100	——	два два, или четыре,
— четвертомъ	——	1000	——	дважды четыре, или восемъ,
— пятомъ	——	10000	——	дважды восемъ, или шестнадцать,
— шестомъ	——	100000	——	дважды шестнадцать, или тридцать два,

и такъ далѣе

По порядку же числа изобразятся симъ образомъ

одинъ	чрезъ	1,
два	——	10,
три	——	11,
четыре	——	100,

пять .	чрезъ	101,
шесть	— —	110,
семь	— —	111,
восемь	— —	1000,
девять .	— —	1001,
десять .	— —	1010,
одиннадцать	— —	1011,
двѣнадцать	— —	1100,
тринадцать	— —	1101,
четырнадцать	— —	1110,
пятнадцать	— —	1111,
шестнадцать	— —	10000,

и такъ далѣе

Сія Ариѳметика намъ естественно представляетъ достопримѣчательное свойство чиселъ, доказывающее возможность взвѣшивать всѣ грузы помощію нѣкотораго числа гирь въ одинъ, два, четыре, восемь, шестнадцать и проч фунтовъ. Ибо, такъ какъ сіи гири представляютъ единицы различныхъ отдѣловъ сей двузначной Ариѳметики, то написанное по правиламъ оной какое нибудь число покажетъ намъ различными своими единицами гири, кои для взвѣшенія соотвѣтственнаго тому числу груза взять надлежитъ

Сверхъ того оная Ариѳметика заключаетъ въ себѣ еще ту выгоду, что помощію ея всякое умноженіе обращается въ простое сложеніе, и всякое дѣленіе въ простое вычитаніе, какъ то послѣ предложеннаго о сихъ дѣйствіяхъ въ слѣдующей главѣ по Ариѳметикѣ десятичной, чрезъ примѣненіе къ сей, въ которой употребля-

ются токмо два знака о и 1, всякой удобно уразумѣть можетъ

Но съ другой стороны сія двузначная Ариѳметика имѣетъ то неудобство, что по причинѣ требуемаго ею множества знаковъ для изображенія посредственныхъ чиселъ, не можетъ быть принята къ гражданскому употребленію Такъ напримѣръ для изображенія числа тысяча двадцать четыре, по сей Ариѳметикѣ потребно одиннадцать знаковъ, каковы суть о и 1

И такъ Лейбницъ предложилъ оную токмо какъ предметъ любопытства достойный, и вести могущій къ достопримѣчательнымъ свойствамъ чиселъ Лейбницъ съ сей стороны мнилъ найти въ ней подобіе сотворенія Міра Онъ воображалъ, что единица могла представлять Бога, а нуль ничтожество, и что Богъ извлекъ изъ сего ничтожества всѣ существа, подобнымъ образомъ, какъ единица съ нулемъ изобразила намъ по сей Ариѳметикѣ всѣ числа. Сія мысль толико нравилася Лейбницу, что онъ сообщилъ оную Езуиту Гримальди, Президенту Маѳематическаго трибунала въ Китаѣ, въ той надеждѣ, что таковая эмблема сотворенія Міра могла служить къ обращенію въ Христіанство бывшаго тогда Императора, которой особенную имѣлъ склонность къ Маѳематикѣ Сей отрывокъ Исторіи разума человѣческаго приводитъ намъ на память, говоритъ Лапласъ, Нютоново толкованіе на Апокалипсисъ.

Когда мы видимъ, говоритъ онъ, отступленія толь великихъ мужей, произшедшія единственно отъ впечатлѣній, во младенчествѣ сообщенныхъ, то должны чув-

ствовать, сколь система освобожденнаго отъ предразсудковъ воспитанія есть полезна успѣхамъ ума человѣческаго

(16). Какъ въ десятичной и двузначной Ариѳметикахъ поступлено было въ изображеніи чиселъ словами и знаками, такимъ же образомъ поступить надлежитъ въ трезначной, четырезначной и далѣе Ариѳметикахъ Сіи двѣ, то есть трезначная и четырезначная Ариѳметики, могли бы быть полезны тѣмъ народамъ, о которыхъ мы во 3мъ членѣ упомянули И вотъ краткое показаніе изображенія чиселъ по онымъ

Въ трезначной Ариѳметикѣ употребить надлежитъ три знака 0, 1 и 2, и числа изображены будутъ слѣдующимъ образомъ

одинъ	чрезъ	1	шестнадцать	чрезъ	121
два	——	2	семнадцать	——	122
три	——	10	восьмнадцать	——	200
четыре	——	11	девятнадцать	——	201
пять	——	12	двадцать	——	202
шесть	——	20	двадцать одинъ	——	210
семь	——	21	—— два	——	211
восемь	——	22	—— три	——	212
девять	——	100	—— четыре	——	220
десять	——	101	—— пять	——	221
одиннадцать	——	102	—— шесть	——	222
двѣнадцать	——	110	—— семь	——	1000,
тринадцать	——	111			
четырнадцать	——	112	и такъ далѣе		
пятнадцать	——	120			

Равнымъ образомъ въ случаѣ Ариѳметики четырезначной надлежитъ употребить четыре знака 0, 1, 2 и 3, и числа изображены будутъ слѣдующимъ образомъ:

одинъ	чрезъ	1	двадцать восемъ	чрезъ	130
два	——	2	—— девять	——	131
три	——	3	тридцать	——	132
четыре	——	10	—— одинъ	——	133
пять	——	11	—— два	——	200
шесть	——	12	—— три	——	201
семь	——	13	—— четыре	——	202
восемъ	——	20	—— пять	——	203
девять	——	21	—— шесть	——	210
десять	——	22	—— семь	——	211
одиннадцать	——	23	—— восемъ	——	212
двѣнадцать	——	30	—— девять	——	213
тринадцать	——	31	сóрокъ	——	220
четырнадцать	——	32	—— одинъ	——	221
пятнадцать	——	33	—— два	——	222
шестнадцать	——	100	—— три	——	223
семнадцать	——	101	—— четыре	——	230
восьмнадцать	——	102	—— пять	——	231
девятнадцать	——	103	—— шесть	——	232
двадцать	——	110	—— семь	——	233
—— одинъ	——	111	—— весемъ	——	300
—— два	——	112	—— девять	——	301
—— три	——	113	пятьдесятъ	——	302
—— четыре	——	120	—— одинъ	——	303
—— пящь	——	121	—— два	——	310
—— шесть	——	122	—— три	——	311
—— семь	——	123	—— четыре	——	312

пятдесятъ	пять	чрезъ 313	шестьдесятъ		чрезъ 330
———	шесть	——— 320	———	одинъ	——— 331
———	семь	——— 321	———	два	——— 332
———	восемь	——— 322	———	три	——— 333
———	девять	——— 323	———	четыре	— 1000,

и такъ далѣе.

(17) Продолжая такимъ образомъ изображенiе чиселъ по всѣмъ ариѳметическимъ системамъ, увидимъ ясно, что чѣмъ бóльшее число знаковъ взято будетъ, тѣмъ числа изобразятся кратче; но съ другой стороны способъ изображать числа словами и знаками тѣмъ труднѣе сдѣлается. И такъ раждается вопросъ, какая система Ариѳметики есть наивыгоднѣйшая? Изъ всѣхъ системъ счета, говоритъ Лапласъ, наилучшая есть та, которая не требуя съ лишкомъ великаго числа знаковъ, заключаетъ въ своемъ основанiи наибольшее число дѣлителей; и въ разсужденiи сего двѣнадцатизначная система кажется заслуживаетъ предпочтенiе противу всякой другой Довлѣло бы токмо къ употребляемымъ нами знакамъ прибавить еще два, и мы имѣли бы выгоду изобразить (сверхъ половины и шестой части) треть и четверть главной единицы посредствомъ дѣленiя, сей системѣ приличествующаго, что доставило бы великое удобство И безъ сомнѣнiя, для того самаго, всѣ Французскiя и нѣкоторыя Англинскiя мѣры имѣютъ или имѣли раздѣленiя двенадесятныя, какъ напримѣръ футъ раздѣляется на 12 дюймовъ, дюймъ на 12 линiй, и такъ далѣе

И потому Коммисiя, учрежденная во Францiи для опредѣленiя вѣсовъ и мѣръ, колебалася между очевидною

выгодою, представляемою двѣнадцатизначною системою, и неудобствомъ могущимъ произойти отъ совершенной перемѣны какъ Ариѳметики, на словахъ и письмѣ, такъ и книгъ и таблицъ, по десятичной системѣ составленныхъ Она предлагая сію двѣнадцатизначную систему, опасалася, что бы неизбѣжныя препятствія введенію оной, не соединилися съ тѣми, которыя постановленію новыхъ вѣсовъ и мѣръ уже́ представлялися. И такъ она заблагоразсудила удержать Ариѳметику десятичную

Въ прочемъ весьма способно какое нибудь написанное по одной системѣ число перевести на другую, какъ то ниже показано будетъ.

ОТДѢЛЕНІЕ II.

О изображеніи дробныхъ чиселъ словами и знаками.

---

(18) Поелику во введеніи видѣли (ч 7), что дробное число или дробь есть собраніе дробныхъ единицъ, а дробная единица есть то, въ разсужденіи чего главная есть собраніе; то явствуетъ, что произхожденіе дроби можно представить себѣ еще инымъ простѣйшимъ образомъ, а именно: естьли единица раздѣлится на нѣсколько равныхъ частей, то каждая изъ сихъ частей будетъ то, что мы дробною единицею назвали, и естьли оныхъ частей или сихъ дробныхъ единицъ возмется нѣсколько, то произойдетъ дробь или дробное число

(19) Но при семъ замѣтить надлежитъ, что когда тѣхъ частей взято будетъ столько же или въ нѣсколько кратъ больше, нежели сколько ихъ въ единицѣ содержится, то получится число не дробное, но единица или кратная величина оной, то есть число цѣлое; чего дробныя числа, собственно такъ называемыя, никоимъ образомъ составить не могутъ

Въ самомъ дѣлѣ, поелику дробныя числа, какъ то во введеніи видѣли (ч 7), произходятъ, когда общая мѣра сравниваемой величины и единицы есть не единица, но особая какая ниесть величина, то положивъ дробное число составляющимъ цѣлое, которое всегда есть нѣкая кратная величина единицы, должны будемъ допустить, что въ семъ случаѣ общая мѣра сравниваемой величины и единицы есть единица, что противно сущности сего случая

Изъ чего явствуетъ, что дабы предложенное здѣсь произхожденіе дробныхъ чиселъ дѣйствительно вело къ онымъ, то дробныхъ единицъ должно быть взято меньше или больше, нежели сколько находится оныхъ въ единицѣ или во всякой кратной величинѣ оной.

(20) Поелику дробныя числа или дроби состоятъ изъ дробныхъ единицъ, то въ изображеніи слономъ мы отъ сихъ послѣднихъ начать долженствуемъ; и какъ главная единица въ разсужденіи дробныхъ единицъ тоже самое значитъ, что цѣлыя числа въ разсужденіи главной единицы, то явствуетъ, что ничего нѣтъ способнѣе, какъ наименованіе дробныхъ единицъ заимствовать отъ именъ цѣлыхъ чиселъ, знаменующихъ, сколько тѣхъ дробныхъ единицъ въ главной содержится И такъ, ко-

гда главная единица раздѣлена будетъ на двѣ, три, четыре, пять и такъ далѣе, равныхъ частей, то одна изъ оныхъ, которая и есть именно дробная единица, называется: *одна вторая, одна треть, одна четверть, одна пятая,* и такъ далѣе Вмѣсто одной второй обыкновеннѣе говорится *одна половина*

Потомъ, поелику дробь, собственно называемая, есть собранiе дробныхъ единицъ, то къ наименованiю дробной единицы присовокупивъ наименованiе числа, показывающаго, сколько та дробь сихъ дробныхъ единицъ въ себѣ содержитъ, мы получимъ все, что нужно къ изображенiю словомъ той дроби Такъ, естьли единица раздѣлена будетъ на три равныя части, и оныхъ возмется двѣ, то произшедшая дробь, въ слѣдствiе сего, словомъ изобразится *двѣ трети*, потому что дробь сiя содержитъ въ себѣ двѣ дробныя единицы, изъ коихъ каждая называется одною третью, равнымъ образомъ, когда единица раздѣлится на 7 равныхъ частей и оныхъ возмется 10, то произшедшая дробь изобразится словомъ: *десять седьмыхъ*, и такъ далѣе

(21) Чтобы изобразить дроби знаками, то замѣтить надлежитъ, что во всякую дробь, не исключая изъ того и дробныхъ единицъ, входятъ два отвлеченныя числа, изъ коихъ одно знаменуетъ, на сколько равныхъ частей единица раздѣлена, и называется *знаменателемъ*, а другое показываетъ, сколько взято таковыхъ частей для составленiя сей дроби, и именуется *числителемъ* Такъ въ каждую изъ дробей: двѣ трети, четыре пятыхъ, семь девятыхъ, и проч., входятъ два числа 2 и 3, 4 и 5,

7 и 9, и проч., изъ коихъ 3, 5, 9 и проч суть знаменатели, знаменующіе на сколько равныхъ частей единица раздѣлена, а 2, 4, 7, и проч суть числители, показывающіе, сколько таковыхъ частей единицы взято для составленія тѣхъ дробей

Замѣтивъ сіе, согласилися, для изображенія всякой дроби, писать числителя надъ знаменателемъ, раздѣляя ихъ между собою чертою И такъ дробныя единицы одна половина, одна треть, одна четверть, одна пятая, и проч. въ слѣдствіе сего согласія изобразятся чрезъ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, и проч.

И самыя дроби: двѣ трети, три четверти, четыре пятыхъ, семь девятыхъ, и проч по той-же причинѣ изъявятся чрезъ $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{9}$, и проч

(22) Наконецъ, естьли предложенное число будетъ составленное изъ цѣлаго и дроби, то изображается оно какъ въ разсужденіи слова совокупнымъ выговоромъ, такъ и въ разсужденіи знаковъ, совокупнымъ начертаніемъ той и другой части его. Такъ число состоящее изъ 2 единицъ и $\frac{3}{5}$ единицы изображается словомъ: двѣ и три пятыхъ единицы, равно и знаками $2\frac{3}{5}$.

При чемъ замѣтить надлежитъ, что въ составленіе сихъ чиселъ обыкновенно употребляются токмо тѣ дроби, кои меньше единицы, и кои всегда суть таковы, когда числитель ихъ меньше знаменателя, какъ то изъ предъидущаго явствуетъ (ч 18), и ниже показано будетъ

Такъ же замѣтить надлежитъ, что сіи составлен-

ныя изъ цѣлыхъ и дробей числа не составляютъ особаго рода чиселъ, но суть истинныя дроби, ибо между ими и единицею общая мѣра есть дробная единица той дроби, которая въ составленіе ихъ входитъ (смотри Вв ч 7) Такъ въ приведенномъ примѣрѣ между $2\frac{3}{5}$ и 1 общая мѣра есть $\frac{1}{5}$, и гдѣ самая 1 не можетъ быть общею мѣрою потому, что она измѣряя часть 2 сего числа, не измѣряетъ другой меньшей себя части $\frac{3}{5}$.

Мы ниже увидимъ, какимъ образомъ таковыя составныя числа, кои обыкновенно *смѣшенными* называются, приведены быть могутъ въ видъ одного дробнаго числа.

ОТДѢЛЕНІЕ III

О изображеніи десятичныхъ дробныхъ чиселъ словами и знаками.

(23) Какъ тысяча состоитъ изъ 10 сотенъ, сотня изъ 10 десятковъ, и десятокъ изъ 10 единицъ такимъ же образомъ воображаютъ себѣ единицу состоящею изъ 10 равныхъ частей, называемыхъ *десятыми*, каждую десятую изъ 10 равныхъ частей, именуемыхъ *сотыми*, каждую сотую изъ 10 равныхъ частей, называемыхъ *тысячными*, и такъ далѣе Изъ чего получается рядъ величинъ, кои начинаясь отъ единицы, суть одна другой въ десять разъ менѣе, и кои по сей причинѣ *десятичными* частями называются

(24) Понявши сущность десятичныхъ частей, коихъ великая польза и употребленіе въ послѣдствіи окажется, мы прежде всего должны умѣть привести

ихъ подъ правила счета Итакъ, поелику продолжается таже непрерывная цѣпь счета между десятичными частями, какая находится между единицами (ч. 23), и извѣстно, что въ счетѣ каждой отдѣлъ единицъ отъ лѣвой руки къ правой въ десять разъ уменьшается, то явствуетъ, что десятыя части единицы не индѣ ставить должно, какъ по правую сторону единицъ, сотыя по правую сторону десятыхъ частей, тысячныя по правую сторону сотыхъ частей, и такъ далѣе. Такъ напримѣръ, чтобы изобразить шесть единицъ, восемь десятыхъ и семь сотыхъ частей единицы, то надлежитъ написать, какъ явствуетъ: 687; но поелику изображенiе сiе за одно почесть можно съ 687 единицами, то согласилися по правую сторону единицъ ставить запятую; и предложенное число посему изобразится чрезъ 6, 87.

(25) Естьли случится, что котораго нибудь отдѣла десятичныхъ частей не будетъ, какъ напримѣръ частей десятыхъ, или сотыхъ, или и проч.; то на мѣстѣ ихъ, подобно какъ въ цѣлыхъ числахъ, надлежитъ поставить нули. Такъ, естьли требуется изобразить двѣнадцать единицъ и восемь сотыхъ частей единицы, то поставляя на мѣстѣ недостающихъ десятыхъ частей нуль, должно написать: 12, 08; равнымъ образомъ чтобы изобразить пять единицъ и семь тысячныхъ частей единицы, то должно на мѣстѣ десятыхъ и сотыхъ частей поставить нули, и написать 5, 007, и такъ далѣе.

(26) Наконецъ, естьли и цѣлыхъ единицъ не будетъ, то на мѣстѣ ихъ, то есть предъ запятою должно написать нуль. Такъ напримѣръ, чтобы изобразить пять

десятыхъ и восемь сотыхъ частей единицы, то должно написать: 0, 58, гдѣ нуль означаетъ, что цѣлыхъ единицъ не находится

(27) Приведши такимъ образомъ десятичныя части подъ правила счета, мы доходимъ до *десятичныхъ дробныхъ чиселъ*, собственно такъ называемыхъ, подъ именемъ коихъ разумѣется всякое въ видѣ цѣлаго написанное число, въ которомъ десятичныя части содержатся, не различая имѣетъ ли оно цѣлыя единицы или оныхъ совсѣмъ въ немъ нѣтъ При чемъ та часть его, въ которой находятся десятичныя части, и которая отдѣлена будучи отъ цѣлыхъ запятою, по правую сторону оныхъ написана, составляетъ то, что собственно *десятичною дробью* именуется. Такъ 6,85 есть десятичное дробное число, а часть его 65 есть десятичная дробь, или еще 0,58 есть десятичное дробное число и купно десятичная дробь

(28) Хотя послѣдуя понятію приведшему насъ къ десятичнымъ дробямъ, мы различаемъ знаки ихъ, стоящіе на каждомъ мѣстѣ, особливыми именами, какъ на примѣръ въ числѣ 526,365, сверхъ пяти сотъ двадцати шести цѣлыхъ, мы различаемъ находящіеся при нихъ знаки 365 именами 3 десятыхъ, 6 сотыхъ и 5 тысячныхъ частей единицы; однакожъ не трудно будетъ понять, что десятичныя дроби мы можемъ выговаривать и въ другъ въ самыхъ мѣлкихъ частяхъ единицы, какъ на примѣръ въ семъ приведенномъ числѣ десятичную дробь мы можемъ изобразить словомъ въ другъ чрезъ триста шестьдесятъ пять тысячныхъ частей единицы Въ самомъ дѣлѣ, поелику каждая десятая часть единицы

въ десять разъ болѣе сотой и каждая сотая въ десять разъ болѣе тысячной, то явствуетъ, что каждая десятая часть единицы составляетъ 100 и каждая сотая 10 тысячныхъ частей единицы, и слѣдовательно 3 десятыхъ составляютъ 300, и 6 сотыхъ 60 тысячныхъ частей единицы; и какъ сверхъ того въ той десятичной дроби находится еще 5 таковыхъ частей, то слѣдуетъ, что всего будетъ 365 тысячныхъ частей единицы

Не довольно сего, мы можемъ еще число 526,365 выговаривать и такъ: пять сотъ двадцать шесть тысячь триста шестьдесятъ пять тысячныхъ частей единицы Ибо, такъ какъ одна единица составляетъ тысячу тысячныхъ частей единицы, то явствуетъ, что 526 единицъ составляютъ 526 тысячь тысячныхъ частей единицы; и какъ сверхъ того въ предложенномъ числѣ находится еще 365 таковыхъ частей, то слѣдуетъ, что всего въ ономъ числѣ будетъ 526365 тысячныхъ частей единицы

(29) Изъ чего явствуетъ, что написанное десятичное дробное число можно изображать словомъ трояким образомъ.

Во первыхъ, выговаривая сперва знаки, изображающіе цѣлое число, а потомъ каждой изъ знаковъ, составляющихъ десятичную дробь, съ присовокупленіемъ наименованій ихъ отдѣловъ, каковыя суть: десятыя, сотыя, тысячныя, и такъ далѣе, части единицы

Во вторыхъ, выговаривая сперва такъ же знаки, изображающіе цѣлое число, какъ они есть, а потомъ знаки, составляющіе десятичную дробь, какъ будтобы

оные составляли число цѣлое, съ присовокупленіемъ къ тому наименованія того отдѣла, къ которому принадлежитъ послѣдній знакъ, и которой узнаешь, придавая десятичнымъ знакамъ, начиная отъ запятой, наименованія: десятыя, сотыя, тысячныя, и такъ далѣе, части единицы.

Наконецъ въ третьихъ, выговаривая всѣ знаки составляющіе десятичное дробное число, какъ будтобы оные изображали число цѣлое, съ присовокупленіемъ къ тому наименованія того отдѣла, къ которому принадлежитъ послѣдній знакъ десятичной дроби, и которой узнаешь такимъ же образомъ, какъ во второмъ способѣ предписано.

Такъ написанное десятичное дробное число 35,1234 изображено быть можетъ словомъ тремя слѣдующими образами: во первыхъ: тридцать пять цѣлыхъ, одна десятая, двѣ сотыхъ, три тысячныхъ и четыре десятитысячныхъ частей единицы, во вторыхъ тридцать пять цѣлыхъ и тысяча двѣсти тридцать четыре десятитысячныхъ частей единицы, и наконецъ въ третьихъ: триста пятьдесятъ одна тысяча двѣсти тридцать четыре десятитысячныхъ частей единицы

(30) Изъ послѣдняго способа изображать словомъ десятичное дробное число и изъ предложеннаго выше о изображеніи вообще дробныхъ чиселъ знаками (ч. 21) явствуетъ, что всякое десятичное дробное число можно представить еще въ видѣ обыкновенной дроби. Такъ, поелику мы доказали, что десятичное дробное число 526,365 значитъ 526365 тысячныхъ частей единицы, и симъ образомъ изображенное число словомъ должно

быть (по ч 21) представлено знаками какъ явствуетъ $\frac{526365}{1000}$, то слѣдуетъ, что десятичное дробное число 526,365 можно представить еще чрезъ $\frac{526365}{1000}$, и выраженія сіи суть одно и тоже значущія Подобнымъ образомъ разсуждая, докажемъ тоже самое и о всякомъ другомъ десятичномъ дробномъ числѣ И такъ въ приведенныхъ выше примѣрахъ, мы можемъ написать вмѣсто 6,87 выраженіе $\frac{687}{100}$, и обратно; вмѣсто 12,08 выраженіе $\frac{1208}{100}$, и обратно; вмѣсто 5,007 выраженіе $\frac{5007}{1000}$, и обратно, вмѣсто 0,58 выраженіе $\frac{58}{100}$, и обратно; и такъ далѣе

Изъ чего явствуетъ, что десятичному дробному числу мы можемъ дать слѣдующее опредѣленіе:

Десятичнымъ дробнымъ числомъ называется всякое дробное число, коего знаменатель есть единица, сопровожденная какимъ нибудь числомъ нулей.

Оттуда же явствуетъ: 1) что дабы десятичное дробное число, представленное въ видѣ цѣлаго, изобразить въ видѣ обыкновенной дроби, то все сіе число надлежитъ принять за цѣлое, и изъ него, какъ числителя, и единицы сопровожденной столькимъ числомъ нулей, сколько находится знаковъ въ десятичной дроби того числа, какъ знаменателя, составить дробь, которая и будетъ требуемая; 2) и что обратно, дабы десятичное дробное число, изображенное въ видѣ обыкновенной дроби, представить въ видѣ цѣлаго числа, то надлежитъ взять числителя за цѣлое число, и отсчитавъ въ немъ отъ правой руки къ лѣвой столько знаковъ на десятичную дробь, сколько въ знаменателѣ данной дроби нулей находится, поставить тамо запятую естьли же въ числителѣ знаковъ будетъ менѣе, нежели

сколько нулей въ знаменателѣ, то недостатокъ сей должно дополнить нулями съ той же стороны, то есть отъ правой руки къ лѣвой, и по постановленіи запятой, написать за нею еще нуль, для показанія, что въ данномъ числѣ нѣтъ цѣлыхъ.

(31) Наконецъ, чтобы изображенное словомъ десятичное дробное число представить знаками, то, какъ явствуетъ, для сего ничего болѣе не требуется, какъ поступить согласно съ изображеніемъ словомъ онаго числа; но при семъ замѣтить надлежитъ, что хотя одно и тоже десятичное дробное число словомъ трояким образомъ изображено быть можетъ, однако написать его однимъ токмо образомъ можно, развѣ представя его въ видѣ цѣлаго числа, представимъ (по ч 30) еще въ видѣ обыкновенной дроби.

ГЛАВА II

О первыхъ четырехъ способахъ изчисленія цѣлыхъ чиселъ

ОТДѢЛЕНІЕ I

О сложеніи цѣлыхъ чиселъ

(32) Поелику цѣлыя числа суть нѣкія кратныя величины единицы (Вв. ч. 7), то въ слѣдствіе опредѣленія сложенія (Вв. ч. 21) слагать цѣлыя данныя числа не иное что значить, какъ находить одно цѣлое число, которое бы было столько кратно единицы, сколько данныя всѣ вмѣстѣ, суть кратны оной

(33) Посему первое средство, которое къ сложенію цѣлыхъ чиселъ представляется, состоитъ въ томъ, чтобы къ одному которому нибудь изъ нихъ присчитывать столько единицъ, сколько оныхъ въ другомъ, третьемъ, и такъ далѣе, содержится

(34) Но сіе средство довольно приложить токмо къ девяти первымъ или однозначнымъ числамъ, каковы суть 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, и 9; ибо послѣ того сложеніе другихъ многозначныхъ чиселъ совершиться можетъ несказанно кратче, какъ явствуетъ изъ слѣдующаго

(35) Пусть требуется сложить вмѣстѣ нѣсколько многозначныхъ чиселъ

На сей конецъ замѣтивъ, что вообще многозначныя числа состоятъ изъ единицъ, десятковъ, сотенъ, и проч ,

напиши предложенныя числа однѣ подъ другими такъ, чтобы единицы были подъ единицами, десятки подъ десятками, сотни подъ сотнями, и такъ далѣе, какъ здѣсь написаны числа A, B и C.

47231	A	678459	A
1352	B	5671	B
214	C	243	C
48797	K	13	D
HGFED		16	E
		12	F
		13	G
		67	H
		684373	K

Потомъ (по ч 33) сложи вмѣстѣ числа каждаго отдѣла; и естьли происшедшія суммы будутъ однозначныя числа, то написавъ ихъ подъ каждымъ тѣмъ отдѣломъ, какъ здѣсь въ первомъ примѣрѣ написаны суммы D, E, F, G и H, получишь искомую сумму всѣхъ пред ложенныхъ чиселъ, какова есть K въ семъ первомъ примѣрѣ; естьли же оныя суммы будутъ не однозначныя числа, то напиши ихъ первымъ знакомъ подъ каждымъ отдѣломъ, чтобы сверхъ единицъ, содержащихся токмо въ первой суммѣ, находящіеся въ нихъ десятки соотвѣтствовали десяткамъ, сотни сотнямъ, и такъ далѣе, какъ здѣсь во второмъ примѣрѣ написаны суммы D, E, F, G и H, и послѣ сего по предъидущему сложи ихъ вмѣстѣ, чрезъ что и будешь имѣть искомую сумму всѣхъ предложенныхъ чиселъ, какова есть K въ семъ второмъ примѣрѣ.

Что симъ образомъ мы доходимъ до истинной сум-

мы предложенныхъ чиселъ, въ томъ весьма удобно удостовѣриться можно. Ибо, такъ какъ (по ч 33) D равняется вмѣстѣ взятымъ единицамъ предложенныхъ чиселъ A, B и C, E вмѣстѣ взятымъ десяткамъ ихъ, F сотнямъ, G тысячамъ и H десяткамъ тысячь; то, поелику сіи единицы, десятки, сотни, тысячи и десятки тысячь составляютъ предложенныя числа A, B и C, явствуетъ, что D, E, F, G и H вмѣстѣ взятыя равняются вмѣстѣ взятымъ предложеннымъ числамъ A, B и C; и какъ оныя D, E, F, G и H вмѣстѣ взятыя равняются K, то слѣдуетъ, что K равняется вмѣстѣ взятымъ предложеннымъ числамъ A, B и C, и слѣдовательно K есть искомая ихъ сумма.

Чтобы не оставить въ доказательствѣ семъ никакого сомнѣнія, то изъяснимъ во всей подробности, какимъ образомъ во второмъ примѣрѣ числа D, E, F, G и H вмѣстѣ взятыя составляютъ число K Поелику въ семъ примѣрѣ D есть 13 единицъ, или все тоже, 1 десятокъ и 3 единицы, и E 16 десятковъ, то явствуетъ, что D и E вмѣстѣ взятыя составляютъ 17 десятковъ и 3 единицы, или все тоже, 1 сотню, 7 десятковъ и 3 единицы; такъ же, поелику F есть 12 сотенъ, то явствуетъ, что D, E и F вмѣстѣ взятыя составляютъ 13 сотенъ, 7 десятковъ и 3 единицы, или все тоже, 1 тысячу, 3 сотни, 7 десятковъ и 3 единицы; равнымъ образомъ, поелику G есть 13 тысячь то явствуетъ, что D, E, F и G вмѣстѣ взятыя составляютъ 14 тысячь, 3 сотни, 7 десятковъ и 3 единицы, или все тоже, 1 десятокъ тысячь, 4 тысячи, 3 сотни, 7 десятковъ и 3 единицы; и какъ наконецъ H есть 67 десятковъ тысячь, то D, E, Г, G и H вмѣстѣ взятыя составляютъ 68

десятковъ тысячь, 4 тысячи, 3 сотни, 7 десятковъ и 3 единицы, или все тоже, 6 сотенъ тысячь, 8 десятковъ тысячь, 4 тысячи, 3 сотни, 7 десятковъ и 3 единицы, то есть 684373 единицы, что и есть число K

Отсюда мы видимъ, что когда въ какомъ ниесть отдѣлѣ сложенныя числа дадутъ больше 9, то противъ того отдѣла ставятся однѣ токмо единицы сей суммы, а десятки прикладываются къ суммѣ чиселъ слѣдующаго отдѣла, отъ правой руки къ лѣвой; почему въ случаѣ, къ каковому принадлежитъ второй примѣръ, можемъ мы не пиша частныхъ суммъ D, E, F, G и H, мысленно прикладывать оные десятки къ числамъ сего слѣдующаго отдѣла, или пиша ихъ на верху онаго; чрезъ что дѣйствіе еще болѣе сократится, какъ явствуетъ изъ слѣдующихъ примѣровъ:

I

	211
Слага	5827
емыя	781
числа	9564
	3106
Сумма	19278

II

	123
Слага-	4856
емыя	16384
	259
числа	8
	15
Сумма	21522

(36) При семъ замѣтить надлежитъ, что сумма выдетъ таже, въ какомъ бы порядкѣ предложенныя числа однѣ подъ другими написаны ни были, какъ то само собою явствуетъ

ОТДѢЛЕНІЕ II.

О вычитаніи цѣлыхъ чиселъ.

(37) Поелику цѣлыя числа суть нѣкія кратныя величины единицы (Вв. ч. 7), то въ слѣдствіе опредѣленія вычитанія (Вв ч. 22), вычитать одно меньшее цѣлое данное число изъ другаго большаго цѣлаго даннаго числа, не иное что значитъ, какъ находить, сколькими единицами сіе большее превосходитъ меньшее

(38) Изъ чего явствуетъ, что находимое сіе число, которое разностію или остаткомъ называется, будучи приложено къ меньшему данному числу, должно дать большее данное

(39) Откуда тотчасъ уже представляется средство, которое при вычитаніи одного цѣлаго числа изъ другаго употребить мы можемъ, и которое состоитъ въ томъ, чтобы къ меньшему изъ нихъ присчитывать по тѣхъ поръ по единицѣ, пока произойдетъ большее; ибо тогда число сихъ присчитанныхъ единицъ и будетъ искомая разность или остатокъ

(40) Но сіе средство довольно приложить токмо къ девяти первымъ или однозначнымъ числамъ, каковы суть 1, 2 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, и развѣ еще къ числамъ происходящимъ отъ приложенія къ симъ числа 10; ибо послѣ того вычитаніе другихъ многозначныхъ чиселъ совершиться можетъ несказанно краше, какъ явствуетъ изъ слѣдующаго

(41) Пусть требуется изъ даннаго большаго многозначнаго числа вычесть другое меньшее данное число.

На сей конецъ замѣтивъ, что вообще многозначныя числа состоятъ изъ единицъ, десятковъ, сотенъ, и такъ далѣе, напиши предложенныя числа одно подъ другимъ, а именно меньшее подъ большимъ такъ, чтобы единицы стояли подъ единицами, десятки подъ десятками, сотни подъ сотнями, и такъ далѣе, какъ здѣсь написаны числа A и B.

35792	A	91275 .	A
2371	B	3746 .	B
33421	C	87529	C

Потомъ (по ч 39) вычти числа каждаго отдѣла меньшаго даннаго числа изъ чиселъ тѣхъ же отдѣловъ большаго даннаго числа, естьли сіе возможно, какъ здѣсь въ первомъ примѣрѣ, и произшедшія разности напиши подъ каждымъ тѣмъ отдѣломъ, чрезъ то и получишь искомую разность предложенныхъ чиселъ, какова есть C въ семъ первомъ примѣрѣ, естьли же чиселъ нѣкоторыхъ отдѣловъ меньшаго даннаго числа не можно вычесть изъ чиселъ тѣхъ же отдѣловъ большаго даннаго числа, какъ здѣсь во второмъ примѣрѣ, то отъ чиселъ непосредственно слѣдующихъ отдѣловъ, съ лѣвой стороны, сего послѣдняго числа отними мысленно по 1, и къ числамъ самыхъ тѣхъ отдѣловъ приложи по 10; такимъ образомъ, безъ перемѣны величины сего числа, можно будетъ совершить вычитаніе въ тѣхъ отдѣлахъ, и сей случай не будетъ разнствовать отъ предъ-

идущаго, почему поступивъ по оному, и будешь имѣть искомую разность предложенныхъ чиселъ, какова есть C въ семъ второмъ примѣрѣ.

Что симъ образомъ мы доходимъ до истинной разности предложенныхъ чиселъ, въ томъ, какъ и въ сложеніи, равно удобно удостовѣриться можно Ибо, такъ какъ (по ч. 38) единицы, десятки, сотни, и такъ далѣе, числа C съ единицами, десятками, сотнями, и такъ далѣе, меньшаго даннаго числа B составляютъ единицы, десятки, сотни, и такъ далѣе, большаго даннаго числа A, то явствуетъ, что и самое число C съ меньшимъ даннымъ числомъ B равняются большему данному числу A, и что слѣдовательно оное число C есть искомая разность сихъ чиселъ A и B

Чтобы въ семъ доказательствѣ не оставить никакого сомнѣнія, то изъяснимъ во всей подробности, какимъ образомъ во второмъ примѣрѣ единицы, десятки, сотни, и проч. числа C съ единицами, десятками, сотнями, и проч числа B составляютъ единицы, десятки, сотни, и проч числа A, или все тоже, самое сіе число A Поелику въ ономъ примѣрѣ отъ 7 десятковъ числа A взятъ 1 и приложенъ къ 5 единицамъ, то число сіе, безъ перемѣны величины его, обращено въ 9 десятковъ тысячь, 1 тысячу, 2 сотни, 6 десятковъ и 15 единицъ, и какъ потомъ вычтены изъ него 6 единицъ и 4 десятка числа B, то явствуетъ (ч 38), что произшедшія отъ того 9 единицъ и 2 десятка числа C съ тѣми 6 единицами и 4 десятками числа B составляютъ 15 единицъ и 6 десятковъ, или все тоже, 5 единицъ и 7 десятковъ числа A; такъ же, поелику отъ 1 тысячи

числа А взята I и приложена къ 2 сотнямъ, то число сіе, безъ перемѣны величины его, обращено въ 9 десятковъ тысячь, 12 сотенъ, 7 десятковъ и 5 единицъ, и какъ потомъ вычтены 7 сотенъ числа В, то явствуетъ (ч. 38), что произшедшія отъ того 5 сотенъ числа С съ тѣми 7 сотнями числа В составляютъ 12 сотенъ, или все тоже, 2 сотни и I тысячу числа А, наконецъ, поелику отъ 9 десятковъ тысячь числа А взятъ I и изъ онаго вычтены 3 тысячи числа В, то явствуетъ (ч. 38), что произшедшія отъ того 7 тысячь и 8 десятковъ тысячь числа С съ тѣми 3 тысячами числа В составляютъ 9 десятковъ тысячь числа А И такъ единицы, десятки, сотни, и проч. числа С съ единицами, десятками, сотнями, и проч. числа В, или все тоже, самыя сіи числа С и В вмѣстѣ взятыя, составляютъ число А, что и доказать надлежало

Естьли же нѣкоторые изъ знаковъ большаго даннаго числа, изъ коего вычитается другое меньшее, будутъ нули, то представь себѣ мысленно, что въ семъ большемъ данномъ числѣ отъ стоящаго съ лѣвой стороны сихъ нулей знака отнята I, что нули сіи обращены въ знакъ 9, и что къ стоящему съ правой стороны ихъ знаку приложено 10, буде оной меньше соотвѣтствующаго знака меньшаго даннаго числа; буде же не меньше, то къ стоящему съ лѣвой стороны его нулю приложено 10, или все тоже, сей нуль обращенъ въ число 10, между тѣмъ какъ всѣ прочіе въ число 9; и послѣ сего поступивъ по предъидущему, будешь имѣть требуемую разность, какъ явствуетъ изъ слѣдующихъ примѣровъ

I	II
изъ 510072	изъ 670034
выч. 94391	выч. 40725
разн. 415681,	разн. 629309

(42) Въ заключеніе сего не безполезно замѣтить, что есть другой способъ производить сіе дѣйствіе, о которомъ упоминаетъ славной Лагранжъ въ одной изъ своихъ лекцій, и которой иногда на самомъ дѣлѣ можетъ быть удобнѣе обыкновеннаго, особливо для тѣхъ, кои къ употребленію онаго сдѣлаютъ навыкъ, а именно способъ, въ которомъ вычитаніе обращается въ сложеніе, беручи дополненіе каждаго знака того числа, которое вычитается, сперва до 10, а потомъ до 9 Пусть требуется напримѣръ изъ числа 7853 вычесть 2635; вмѣсто того, чтобы сказать: 5 вычтенное изъ 13 даетъ 8, 3 изъ 4 даетъ 1, 6 изъ 8 даетъ 2, и 2 изъ 7 даетъ 5, а всего 5218, я говорю: 5, дополненіе 5 до 10, да 3 дѣлаютъ 8, что и пишу, 6, дополненіе 3 до 9, да 5 дѣлаютъ 11, изъ чего ставлю 1, и удерживаю 1; потомъ 3, дополненіе 6 до 9, да 9, понеже удержана была 1, дѣлаютъ 12, ставлю 2, и удерживаю 1; наконецъ 7, дополненіе 2 до 9, да 8, поелику такъ же удержана была 1, дѣлаютъ 15, ставлю 5, и ничего болѣе не удерживаю, потому что дѣйствіе кончилось, и что должно презрѣть послѣдній десятокъ заимствуемый въ теченіи онаго дѣйствія; и такъ въ остаткѣ имѣемъ тоже самое число 5218, каковое и обыкновеннымъ способомъ найдено было

Что принадлежитъ до причины сего дѣйствія, то она сама собою представляется, ибо удобно видѣть

можно, что въ ономъ дѣйствіи различныя дополненія составляютъ цѣлое дополненіе числа, которое вычесть должно, до 10, 100, 1000, и проч., смотря на то, сколько сіе число знаковъ имѣетъ: 1 или 2, или 3, или и проч., такимъ образомъ, что оное дѣйствіе тоже самое значитъ, какъ естьли бы мы сперва къ предложенному числу приложили 10, или 100, или 1000, и проч., а потомъ вычли изъ того то число, которое вычесть должно. Откуда въ тоже самое время явствуетъ, для чего послѣдній десятокъ суммы, найденной чрезъ частное сложеніе, всегда отбрасывать долженствуетъ

ОТДѢЛЕНІЕ III

О умноженіи цѣлыхъ чиселъ

(43) поелику всякое цѣлое число есть нѣкая кратная величина единицы (Вв. ч 7), то въ слѣдствіе опредѣленія, умноженію даннаго (Вв ч 23), умножать вообще данную величину на цѣлое данное число значитъ находить другую величину, которая бы была столько кратна первой данной величины, сколько данное число есть кратно единицы; ибо по опредѣленію пропорціи (ѳ. в прц опр 7) таковая кратная величина такъ будетъ относиться къ данной, какъ данное число къ единицѣ, а сіе самое и есть то, что мы умноженіемъ на-
ходимъ.

И такъ умноженіе величинъ на всякое цѣлое число, есть не иное что, какъ кратное ихъ взятіе, и происходящее оттуда произведеніе не иное что, какъ кратная ихъ величина

(44) Посему первое средство, которое къ умноженію цѣлыхъ чиселъ представляется, состоитъ въ томъ, чтобы ихъ слагать самихъ съ собою столько разъ безъ одного, сколько множащее число единицъ въ себѣ содержитъ Такъ, чтобы умножить число 4 на 3, то поелику (по ч 43) сіе значитъ взять 4 трекратно, я слагаю 4 само съ собою сперва одинъ разъ, получаю 8 двукратную величину числа 4, прикладываю къ оной еще 4, и мѣю 12 трекратную величину числа 4, которая и будетъ произведеніе сего числа 4 умноженнаго на число 3

(45) Но сіе средство довольно приложить токмо къ девяти первымъ или однозначнымъ числамъ, каковы суть 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9; ибо послѣ того умноженіе другихъ чиселъ несказанно кратче совершиться можетъ, какъ то увидимъ ниже.

И изъ таковаго то приложенія сего перваго средства, представляющагося къ умноженію цѣлыхъ чиселъ, происходитъ славная оная рѣшетка Пиѳагорова, названная такъ по имени древняго Философа Пиѳагора, которой ее первый симъ образомъ изчислилъ и ввелъ во употребленіе; каковая рѣшетка есть слѣдующая:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Въ разсуждении сей рѣшетки довольно замѣтишь:

Что первой поперечной рядъ чиселъ есть рядъ самыхъ девяти первыхъ или однозначныхъ чиселъ

Что второй поперечной рядъ чиселъ есть рядъ произведеній сихъ девяти чиселъ умноженныхъ (по ч 44) на 2.

Что третій поперечной рядъ чиселъ есть рядъ произведеній тѣхъ девяти чиселъ умноженныхъ (по ч 44) на 3

И такъ далѣе, до послѣдняго поперечнаго ряда чиселъ

Тоже примѣчать надлежитъ и въ разсужденіи рядовъ, въ доль рѣшетки написанныхъ, которые отъ поперечныхъ не разнствуютъ

(46) Отсюда мы усматриваемъ, что произведеніе выходитъ тоже самое, которое *бы* изъ двухъ перемноженныхъ чиселъ ни взято было за множимое или за множащее. Такъ рѣшетка сія показываетъ намъ, что число 4 умноженное на 3 даетъ число 12, равно какъ и число 3 умноженное на 4 даетъ тоже самое число 12

Чтобы доказать сіе свойство цѣлыхъ чиселъ, то представимъ себѣ какое нибудь цѣлое множимое число чрезъ рядъ единицъ AB; и поелику для умноженія

	C	C	C			
A	1,	1,	1,	1,	1,	B
A	1,	1,	1,	1,	1,	B′
A	1,	1,	1,	1,	1,	B″
	1,	1,	1,	1,	1,	
	D	D	D″			

цѣлаго числа на другое цѣлое, надлежитъ (по ч.43) первое сложить само съ собою столько разъ безъ одного, сколько въ другомъ единицъ *содержится, то сверхъ* ряда AB, напишемъ еще столько такихъ же рядовъ единицъ A′B′, A″B″, и проч., сколько множащее число безъ одного единицъ въ себѣ содержитъ, и мы чрезъ столбецъ единицъ DB будемъ имѣть произведеніе числа AB, умноженнаго на другое CD. Но и взявъ число единицъ CD за множимое, а число AB за множащее, мы видимъ, что въ ономъ столбцѣ сверхъ ряда CD, находится еще столько такихъ же рядовъ единицъ C′D′, C″D″, и проч., сколько множащее число AB безъ одного единицъ въ себѣ содержитъ; слѣдовательно мы чрезъ

тотъ же самой столбецъ единицъ DB имѣемъ и произведеніе числа CD умноженнаго на другое AB. И такъ предложеніе наше въ разсужденіи цѣлыхъ чиселъ симъ образомъ вообще доказано.

(47) Пусть теперь требуется умножить одно многозначное данное число на другое данное число. Поелику множащее данное число можетъ быть или однозначное или многозначное, то здѣсь два случая мѣсто имѣютъ

1) Пусть множащее число будетъ однозначное

Умножь по рѣшеткѣ Пиѳагоровой каждой отдѣлъ единицъ множимаго числа на сіе множащее, какъ здѣсь

23589	A
7	B
63	C
56	D
35	E
21	F
14	G
165123	H

каждой отдѣлъ единицъ числа A на число B, и произшедшія отъ того произведенія напиши первымъ знакомъ подъ каждымъ отдѣломъ множимаго числа, чтобы сверхъ единицъ, содержащихся токмо въ первомъ произведеніи, находящіеся въ нихъ десятки соотвѣтствовали десяткамъ, сотни сотнямъ, и такъ далѣе, какъ здѣсь написаны произведенія C, D, E, F и G; потомъ всѣ сіи произведенія (по ч 30) сложи вмѣстѣ, и будешь имѣть искомое произведеніе, каково есть H въ семъ примѣрѣ

Ибо, такъ какъ (по ч 45) каждое изъ произведеній C, D, E, F и G столько кратно единицъ, десятковъ, сотенъ, и проч числа A, сколько число B есть кратно

единицы, то явствуетъ, что C, D, E, F и G вмѣстѣ взятыя суть столько кратны вмѣстѣ взятыхъ единицъ, десятковъ, сотенъ, и проч. числа A, сколько число B есть кратно единицы (ѳ. в прц. прис. къ п. 1); но какъ C, D, E, F и G вмѣстѣ взятыя составляютъ число H, и единицы, десятки, сотни, и проч числа A дѣлаютъ самое сіе число A, то слѣдуетъ, что число H есть столько кратно числа A, сколько B есть кратно единицы, и слѣдовательно оное число H есть искомое произведеніе числа A умноженнаго на B

Отсюда мы видимъ, что когда число какого ниесть отдѣла множимаго, умноженное на множащее, даетъ въ произведеніи больше 9, то противъ того отдѣла ставятся однѣ токмо единицы сего произведенія, а десятки прикладываются къ произведенію слѣдующаго отдѣла, съ лѣвой стороны; почему можемъ мы не пиша частныхъ произведеній C, D, E, F и G, мысленно прикладывать оные десятки къ произведенію сего слѣдующаго отдѣла, чрезъ что дѣйствіе сократится, какъ явствуетъ:

$$\begin{array}{r} 23589 \\ 7 \\ \hline 164123 \end{array}$$

Естьли же знаки нѣкоторыхъ отдѣловъ множимаго числа будутъ нули, то, поелику нуль, сколько бы кратно ни взятъ былъ, составляетъ нуль же, въ произведеніяхъ тѣхъ отдѣловъ напиши нули; и естьли сіи нули будутъ въ первыхъ отдѣлахъ множимаго числа, съ правой стороны, то надъ знаками остальныхъ отдѣловъ

совершивъ по предъидущему умножене, къ произшедшему произведенію припиши оные нули, а именно съ правой же стороны сего произведенія; къ поясненію чего слѣдующе примѣры прилагаются·

I	II
23007	23500
8	9
184056	211500

2) Пусть множащее число, какъ и множимое, будетъ многозначное

Здѣсь во первыхъ замѣтить надлежитъ, что естьли требуется умножить какое нибудь число на 10, 100, 1000, и проч., то для полученія произведенія довлѣетъ токмо къ тому числу съ правой стороны приставить одинъ, два, три и проч нуля. Ибо приставивъ такимъ образомъ одинъ нуль, учинишь (по ч. 12 и 13) единицы десятками, десятки сотнями, сотни тысячами и проч., и слѣдовательно все предложенное число увеличишь въ 10 разъ (ѳ. в. прц. прис. къ п. 1), такъ же приставивъ два нуля, сдѣлаешь (по ч. 12 и 13) единицы сотнями, десятки тысячами, сотни десятками тысячь, и проч., и слѣдовательно все предложенное число увеличишь во 100 разъ (ѳ. в. прц. прис. къ п. 1); равнымъ образомъ приставивъ три нуля, учинишь (по ч. 12 и 13) единицы тысячами, десятки десятками тысячь, сотни сотнями тысячь, и проч., и слѣдовательно все предложенное число увеличишь въ 1000 разъ (ѳ. в. прц. прис. къ п. 1); и такъ далѣе и далѣе

Посему, естьли требуется умножить какое нибудь многозначное число на другое однозначное сопровожденное какимъ нибудь числомъ нулей, то по первому случаю умноживъ множимое число на дѣйствительной знакъ множащаго, приставь къ произведенію тѣ нули, коими сопровожденъ оный, и будешь имѣть искомое произведеніе. Такъ, чтобы умножить 356 на 40, я умножаю по первому случаю 356 на 4, и получивъ въ произведеніи 1424, приставляю къ оному нуль, дабы вышло число 14240, которое и будетъ требуемое произведеніе. Ибо, по первому случаю число 1424 содержитъ въ себѣ 4 раза предложенное 356, а по изъясненному предъ симъ число 14240 содержитъ въ себѣ 10 разъ 1424; слѣдовательно въ числѣ 14240 содержится 40 таковыхъ чиселъ, каково есть предложенное 356, и слѣдовательно оное 14240 есть искомое произведеніе. Равнымъ образомъ, чтобы умножить 356 на 500, я умножаю по первому случаю 356 на 5, и получивъ въ произведеніи 1780 приставляю къ оному два нуля, дабы вышло число 178000, которое и будетъ требуемое произведеніе. Ибо, по первому случаю число 1780 содержитъ въ себѣ 5 разъ предложенное 356, а по изъясненному предъ симъ число 178000 содержитъ въ себѣ 100 разъ оное 1780; слѣдовательно въ числѣ 178000 содержится 500 таковыхъ чиселъ, каково есть предложенное 356, и слѣдовательно оное 178000 есть искомое произведеніе. И такъ далѣе и далѣе.

Поелику же на числа 40 и 14240 можно взирать, какъ на 4 десятка и 1424 десятка; то сказать такъ же можно, что число 356 умноженное на 4 десятка даетъ въ произведеніи 1424 десятка, между тѣмъ какъ остается

непремѣннымъ, что въ оныхъ 1424 десяткахъ столько содержится чиселъ 356, сколько въ 4 десяткахъ единицъ находится, то есть 40; равнымъ образомъ, поелику на числа 500 и 178000 можно взирать, какъ на 5 сотенъ и 1780 сотенъ, то сказать такъ же можно, что число 356 умноженное на 5 сотенъ даетъ въ произведеніи 1780 сотенъ, между тѣмъ какъ остается непремѣннымъ, что въ оныхъ 1780 сотняхъ столько находится чиселъ 356, сколько въ 5 сотняхъ единицъ содержится, то есть 500, и такъ далѣе и далѣе.

Замѣтивъ сіе, приступимъ къ самому предмету сего втораго случая

На сей конецъ пусть предложено будетъ умножить какое ниесть многозначное число на другое многозначное

23589	A
347	B
165123	C
94356	D
70767	E
8184383	F

Умножь, по первому случаю множимое число на единицы, десятки, сотни, и проч. множащаго, какъ здѣсь число A на единицы, десятки и сотни числа B, и произшедшія произведенія напиши первымъ знакомъ подъ каждымъ отдѣломъ множащаго числа, чтобы сверхъ единицъ, содержащихся токмо въ первомъ произведеніи, находящіеся въ нихъ десятки соотвѣтствовали десяткамъ, сотни сотнямъ, и такъ далѣе, какъ здѣсь написаны произведенія C, D и E, потомъ всѣ сіи произведенія (по ч. 35) сложи вмѣстѣ, и будешь имѣть искомое произведеніе, каково есть F въ семъ примѣрѣ

Ибо, такъ какъ по первому случаю въ произведеніи

C столько содержится чиселъ A, сколько въ единицахъ числа B есть единицъ, и по предложеннымъ предъ симъ замѣчаніямъ въ произведеніи D столько находится чиселъ A, сколько въ десяткахъ числа B есть тѣхъ же единицъ, и въ произведеніи E столько содержится чиселъ A, сколько въ сотняхъ числа B есть тѣхъ же самыхъ единицъ; то явствуетъ, что въ суммѣ сихъ произведеній столько находится чиселъ A, сколько въ суммѣ единицъ, десятковъ и сотенъ числа B есть единицъ, и какъ первую сумму составляетъ число F, а другую самое число B, то слѣдуетъ, что F столько кратно числа A, сколько B есть кратно единицы, и что слѣдовательно оное F есть искомое произведеніе числа A умноженнаго на B

Естьли же знаки нѣкоторыхъ отдѣловъ множащаго числа будутъ нули, то не умножая на оные, надлежитъ токмо дать пристойное мѣсто тѣмъ произведеніямъ, которыя произойдутъ отъ дѣйствительныхъ знаковъ, и естьли притомъ нули будутъ въ первыхъ отдѣлахъ съ правой стороны какъ множащаго, такъ и множимаго, то оные къ произшедшему отъ остальныхъ отдѣловъ произведенію приставить долженствуетъ, съ той же стороны, какъ явствуетъ изъ слѣдующихъ примѣровъ:

I	II
3054	1001200
203	2004000
9162	40048
6108	20024
619962	2006404800000

ОТДѢЛЕНІЕ IV

О дѣленіи цѣлыхъ чиселъ

(48) Поелику единица въ разсужденіи всякаго цѣлаго числа есть нѣкая частная величина (Вв. ч 7), то въ слѣдствіе опредѣленія, дѣленію даннаго (Вв ч. 24), дѣлить вообще данную величину на цѣлое данное число значитъ находить другую величину, которая бы была столько частна первой данной величины, сколько единица есть частна даннаго числа; ибо по опредѣленію пропорціи (е в прц. опр. 7) таковая частная величина такъ будетъ относиться къ данной какъ единица къ данному числу, а сіе самое и есть то, что мы дѣленіемъ назвали

И такъ дѣленіе величинъ на всякое цѣлое число есть не иное что, какъ взятіе отъ нихъ частной величины, и произходящее оттуда частное не иное что, какъ оная частная ихъ величина.

(49) Изъ чего очевидно явствуетъ, что частное взятое столько кратно, сколько дѣлящее число единицъ въ себѣ содержитъ, должно дать данную дѣлимую величину; и какъ (по ч. 42) таковое кратное взятіе есть умноженіе частнаго на дѣлящее число, то изъ того слѣдуетъ, что частное сіе будучи умножено на дѣлящее число, произвести такъ же данную дѣлимую величину долженствуетъ

(50) Поелику же относительно къ числамъ, произведеніе (по ч 46) тоже самое выходитъ, которое бы

изъ составляющихъ оное взаимнымъ своимъ перемноженіемъ чиселъ ни взято было за множимое или за множащее, то отсюда тотчасъ представляется средство, которое при дѣленіи одного цѣлаго числа на другое употребить мы можемъ, и которое состоитъ въ томъ, чтобы дѣлящее число умножать по порядку на цѣлыя числа 1, 2, 3, 4, и проч. по тѣхъ поръ, пока произойдетъ данное дѣлимое число. Такъ, чтобы раздѣлить число 12 на другое 3, я оставя умноженіе 3 на 1, умножаю 3 на 2, получаю 6, менѣе 12; почему еще умножаю 3 на 3, имѣю 9, менѣе же 12; чего ради паки умножаю 3 на 4, и получаю 12, точно данное дѣлимое число, изъ чего и заключаю, что число 4 есть искомое частное; ибо (по ч. 46) оное число 4 умноженное на 3 даетъ тоже самое число 12, и слѣдовательно (по ч 49) есть истинное частное числа 12 раздѣленнаго на 3

И какъ вмѣсто того, чтобы дѣлящее число умножать по порядку на цѣлыя числа 1, 2, 3, 4, и проч., мы можемъ его само съ собою слагать по тѣхъ поръ, пока произойдетъ данное дѣлимое число, ибо (по ч. 44) сіе сложеніе отъ предъидущаго умноженія не разнствуетъ, то отсюда мы имѣемъ другое средство къ дѣленію цѣлыхъ чиселъ, въ коемъ число показующее, сколько разъ дѣлящее въ семъ сложеніи повторится, пока произойдетъ данное дѣлимое число, будетъ (по ч 49) то частное, которое мы ищемъ.

Изъ чего слѣдуетъ, что частное сіе мы можемъ найти еще инымъ образомъ, а именно вычитаніемъ дѣлящаго числа изъ дѣлимаго по тѣхъ поръ, пока сіе послѣднее совсѣмъ изтощится и въ остаткѣ ничего не останется;

ибо, такъ какъ число показующее, сколько разъ дѣлящее изъ дѣлимаго вычтено, показываетъ въ тоже самое время, сколько разъ дѣлящее въ дѣлимомъ содержится, то (по ч. 43) дѣлящее будучи умножено на число сіе, какъ и обратно (по ч 46) число сіе будучи умножено на дѣлящее, должно произвести данное дѣлимое, и слѣдовательно (по ч 49) будетъ искомое частное

(51) Но сіи послѣднія два средства, по причинѣ медленности своей, не могутъ имѣть обширнаго приложенія; напротивъ того первое, помощію рѣшетки Пиѳагоровой, можетъ знатно сократиться, и слѣдовательно имѣть обширнѣйшее приложеніе

Во первыхъ ничего не можетъ быть легче, какъ приложеніе сего средства къ дѣленію чиселъ находящихся въ оной рѣшеткѣ, и даже къ дѣленію тѣхъ, коихъ нѣтъ въ рѣшеткѣ, и кои будучи больше однѣхъ, а меньше другихъ, содержатся между сими въ рѣшеткѣ находящимися числами

Такъ, чтобы раздѣлить число 56 на 7, я вижу изъ рѣшетки, что оное происходитъ отъ умноженія 8 на 7 или 7 на 8, и потому (по ч 49) заключаю, что то число 8 есть искомое частное

Равнымъ образомъ, чтобы раздѣлить число 59 на 7, я усматриваю изъ той же самой рѣшетки, что оное содержится между находящихся въ ней чиселъ 56 и 63, изъ коихъ первое меньше 59, и происходитъ отъ умноженія 8 на 7, а другое больше 59, и происходитъ отъ умноженія 9 на 7, и потому заключаю, что искомое частное должно быть больше 8, то есть частнаго числа 56 раздѣленнаго на 7, а меньше 9, то есть частнаго числа 63 раздѣленнаго на 7; и сіе все, что тожмо

о искомомъ частномъ по сіе время сказать мы можемъ

И такъ въ семъ случаѣ мы находимъ въ цѣлыхъ числахъ одни токмо предѣлы, между которыми частное заключается, и которые разнствуютъ между собою единицею Мы ниже увидимъ, какимъ образомъ частное сіе помощію дробей точно опредѣлиться можетъ

Между тѣмъ замѣтимъ, что въ случаяхъ сего рода за ближайшее частное обыкновенно берется меньшій изъ предѣловъ, какъ въ семъ примѣрѣ число 8

(52) Пусть теперь требуется раздѣлить какое нибудь данное число, превосходящее содержащіяся въ рѣшеткѣ, на какое ниесть другое данное Поелику данное дѣлящее число можетъ быть или однозначное или многозначное, то здѣсь два случая мѣсто имѣютъ

1) Пусть дѣлящее число будетъ однозначное.

```
B   A      C
5|97645|19529
 |5...  |
 --------
  47..
  45...
 --------
   26..
   25..
 --------
    14
    10
 --------
     45
     45
 --------
      0
```

Первой съ лѣвой стороны знакъ дѣлимаго, буде оный больше дѣлящаго, или два первые, буде меньше, раздѣли по рѣшеткѣ Пиѳагоровой, какъ показано было (въ ч 51), на то дѣлящее число; произшедшее частное, точное или ближайшее, напиши по которую ниесть сторону дѣлимаго, и

B	A	C
7	134565	19223
	7·	
	64·	
	63···	
	15	
	14	
	16·	
	14·	
	25	
	21	
	4 D	

умноживъ сіе частное на дѣлящее, произшедшее про изведеніе вычши изъ того перваго или тѣхъ первыхъ двухъ знаковъ, потомъ къ остатку снеси слѣдующій знакъ дѣлимаго и произшедшее число опять раздѣли по той же рѣшеткѣ на дѣлящее число; произшедшее же частное, точное или ближайшее, приставь къ преднайденному частному, и поступай такъ далѣе, пока дѣлимое совсѣмъ изтощится, или останется остатокъ меньшій, нежели дѣлящее число; чрезъ что и будешь имѣть искомое частное, или точное, какъ C въ первомъ примѣрѣ, или ближайшее, какъ C во второмъ примѣрѣ

Ибо, такъ какъ изъ дѣлимаго числа A вычтены произведенія десятковъ тысячь, тысячь, сотенъ, десятковъ и единицъ числа C, умноженныхъ на число B, то слѣдуетъ, что изъ того числа A вычтена сумма произведеній единицъ, десятковъ, сотенъ, тысячь и десятковъ тысячь числа C, умноженныхъ на число B; и какъ таковая сумма (по ч. 47) есть произведеніе самаго числа C умноженнаго на B, то явствуетъ, что изъ числа A вычтено самое сіе произведеніе; и понеже въ первомъ примѣрѣ по семь вычитаніи въ остаткѣ ничего не остается, то слѣдуетъ, что въ семъ первомъ примѣрѣ оное произведеніе числа C умноженнаго на B

равняется числу A, и слѣдовательно (по ч. 49) то число C есть истинное частное числа A раздѣленнаго на B; но поелику во второмъ примѣрѣ по таковомъ вычитаніи остается остатокъ D, меньшій, нежели число B, то слѣдуетъ, что произведеніе числа C умноженнаго на B меньше числа A, а произведеніе того же числа C сложеннаго съ 1 и умноженнаго на B больше числа A, и слѣдовательно (по ч. 49) частное числа A раздѣленнаго на B больше того числа C, а меньше сложеннаго его съ 1, то есть число C и оно же сложенное съ 1 суть предѣлы, между которыми оное частное заключается, и которые разнствуютъ между собою единицею

Отсюда явствуетъ, что въ семъ послѣднемъ случаѣ произведеніе частнаго C умноженнаго на дѣлящее число B, будучи сложено съ остаткомъ D, даетъ дѣлимое число A, ибо видѣли, что остатокъ D есть тотъ же, каковый произойдетъ, когда изъ A вычтется произведеніе частнаго C умноженаго на B

2) Пусть дѣлящее число, какъ и дѣлимое, будетъ многозначное

```
B   A    C
37|8732|236
  |74.
  ----
  133.
  111
  ----
   222
   222
   ---
     0
```

Съ лѣвой стороны дѣлимаго числа отсчти столько знаковъ, сколько оныхъ въ дѣлящемъ, когда первой знакъ дѣлимаго больше перваго знака дѣлящаго, или однимъ знакомъ больше, когда тотъ первой знакъ дѣлимаго меньше того перваго знака дѣлящаго, дабы число изобра-

B	A	C
572	349673	611
	3432 . .	
	647	
	572	
	753	
	572	
	181 D	

жаемое сими знаками было не меньше дѣлящаго, и сыщи чрезъ испытаніе точное или ближайшее частное сего числа, раздѣленнаго на дѣлящее, а именно такъ: первой съ лѣвой стороны знакъ сего числа, буде оный больше перваго знака дѣлящаго, или два первые, буде меньше, раздѣли по рѣшеткѣ Пиѳагоровой на тотъ первой знакъ дѣлящаго, и происшедшее частное, умножаемое на все дѣлящее число, уменьшай, буде нужно, единицею по тѣхъ поръ, пока выдетъ произведеніе меньше числа, изображаемаго оными оточтенными въ дѣлимомъ знаками, потомъ частное сіе такимъ образомъ опредѣленное, написавъ по которую ниесть сторону дѣлимаго, и произ веденіе сего частнаго, умноженнаго на дѣлящее число, вычтя изъ числа изображаемаго тѣми оточтенными знака ми, къ происшедшему остатку снеси слѣдующій знакъ дѣлимаго, и чрезъ подобное испытаніе сыскавъ точное или ближайшее частное происшедшаго по семъ снесеніи числа, раздѣленнаго на дѣлящее, приставь оное къ преднайденному, и поступай такъ далѣе, пока дѣлимое совсѣмъ изтощится, или останется остатокъ меньшій, нежели дѣлящее число, чрезъ что и будешь имѣть частное, или точное, какъ C въ первомъ примѣрѣ, или ближайшее, какъ C во второмъ примѣрѣ.

Ибо, разсуждая подобно тому, какъ разсуждаемо было въ первомъ случаѣ, увидишь ясно, что число C есть частное числа A раздѣленнаго на B, или точное, какъ

въ первомъ примѣрѣ, или ближайшее, какъ во второмъ примѣрѣ

И здѣсь въ послѣднемъ примѣрѣ тоже заключенiе мѣсто имѣетъ, которое мы извлекли выше въ подобномъ примѣрѣ, то есть произведенiе частнаго C умноженнаго на дѣлящее число B, будучи сложено съ остаткомъ D, даетъ дѣлимое число A.

Естьли по снесенiи къ какому нибудь остатку слѣдующаго знака дѣлимаго числа, выдетъ число меньшее, нежели дѣлящее, то къ преднайденному знаку частнаго надлежитъ приставить нуль, и снести еще слѣдующiй знакъ дѣлимаго, поступить по предъидущему, какъ явствуетъ изъ слѣдующихъ примѣровъ.

I.	II.
7 | 6314 | 902	37 | 7654 | 206
63..	74..
14	254
14	222
0	32

Естьли же какъ въ дѣлимомъ, такъ и въ дѣлящемъ, будутъ нули въ первыхъ ихъ отдѣлахъ съ правой стороны, то надлежитъ изъ сихъ нулей отбросить, какъ въ томъ, такъ и въ другомъ числѣ, столько, сколько гдѣ ихъ есть наименьше, какъ явствуетъ изъ слѣдующаго примѣра

```
35ØØ|87290ØØ|2494
    |70...  |
    ---------
     172
     140..
     -------
      329.
      315.
     -------
       140
       140
     -------
        0
```

Ибо, шакъ какъ по предъидущему число 2494 умноженное на 35 должно произвести 87290, то изъ предложенныхъ замѣчаній (въ ч. 47) явствуетъ, что тоже число 2494 умноженное на 3500 дать должно 8729000, и слѣдовательно оно есть искомое частное числа 8729000 раздѣленнаго на 3500, равно какъ и частное числа 87290 раздѣленнаго на 35

(53) Въ заключеніе сего не безполезно замѣтить, что есть другой способъ производить сіе дѣйствіе, которой иногда на самомъ дѣлѣ можетъ быть удобнѣе обыкновеннаго, особливо, когда дѣлимое число будетъ нарочито велико, и которой состоитъ въ томъ, чтобы предварительно умножить дѣлящее число на всѣ числа отъ 1 до 9, и слѣдовательно сдѣлать таблицу какъ для всѣхъ произведеній, которыя по предъидущему способу изъ дѣлимаго попеременно вычесть долженствуетъ, такъ и для соотвѣтственныхъ онымъ знаковъ частнаго, къ поясненію каковаго способа слѣдующій примѣръ прилагается

дѣлящ	дѣлимое	частное
1) 23	5672834569	246644981
2) 46	46.....	
3) 69	107...	
4) 92	92.....	
5) 115	152....	
6) 138	138..	
7) 161	148.	
8) 184	138	
9) 207	103	
	92..	
	114.	
	92..	
	225.	
	207..	
	186.	
	184.	
	29	
	23	
	6 остатокъ	

Приступимъ теперь къ опредѣленію точнаго частнаго въ такихъ случаяхъ, въ которыхъ дѣленіе на цѣло совершиться не можетъ, а остается остатокъ.

(54) Поелику мы видѣли, что когда дѣлимое число больше дѣлящаго, тогда получается въ цѣлыхъ числахъ или точное частное или два предѣла, между которыми оное заключается; то отсюда раждается вопросъ, что получимъ мы въ частномъ, когда дѣлимое будетъ меньше дѣлящаго, какъ напримѣръ, когда требуется раздѣлить 5 на 7? Ибо, такъ какъ (по ч 48) сіе значитъ, что 5 единицъ требуется взять семичастную величину или седьмую ихъ часть, то явствуетъ, что здѣсь нѣтъ той

явной невозможности, каковая при вычитании большаго числа изъ меньшаго встрѣчается, и потому вопросъ сей мѣсто имѣть можетъ

Чтобы разрѣшить сей вопросъ, мы замѣтимъ, что седьмая часть 5 единицъ въ пять кратъ больше седьмой части одной единицы (ѳ в прц п 3); но и дробь пять седьмыхъ, которая (по ч. 21) изображается такъ: $\frac{5}{7}$, есть такъ же въ пять кратъ больше той седьмой части единицы, изъ чего слѣдуетъ, что седьмая часть 5 единицъ, или все тоже частное числа 5 раздѣленнаго на 7, есть не иное что, какъ дробь $\frac{5}{7}$.

(55) Послѣ сего, не трудно будетъ познать, что къ меньшему изъ находимыхъ предъ симъ предѣловъ частнаго придать надлежитъ, чтобы оное получить точно

Такъ въ приведенномъ выше примѣрѣ (ч 51), мы видѣли, что частное числа 59 раздѣленнаго на 7 должно быть больше 8, а меньше 9, почему оное должно быть 8 съ нѣкоторою частію единицы, и вотъ какъ часть сія опредѣлится. произведеніе 56 числа 8 умноженнаго на 7, я отнимаю отъ даннаго дѣлимаго числа 59, имѣю въ остаткѣ 3, которой остатокъ раздѣливъ на 7, получаю (по ч 54) въ частномъ дробь $\frac{3}{7}$, коя и будетъ искомая, и слѣдовательно смѣшенное число $8\frac{3}{7}$ будетъ такъ же искомое частное Ибо, такъ какъ 8 и $\frac{3}{7}$ суть семичастныя величины вычитаемаго числа 56 и остатка 3, а сіи вмѣстѣ взятыя составляютъ данное число 59 (ч. 38), то явствуетъ, что 8 и $\frac{3}{7}$ вмѣстѣ взятыя составляютъ семичастную величину сего даннаго числа (ѳ. в прц п. 1), и слѣдовательно (по ч 48) смѣшенное число $8\frac{3}{7}$ есть искомое частное числа 59 раздѣленнаго на 7.

Равнымъ образомъ, мы видѣли (ч 52), что частное числа 134565 раздѣленнаго на 7, должно быть больше 19223, а меньше 19224, почему оное должно быть 19223 съ нѣкоторою частію единицы, которая по раздѣлени остатка 4 на 7, и опредѣлится дробью $\frac{4}{7}$, и будетъ смѣшенное число 19223 $\frac{4}{7}$ искомое точное частное. Ибо, такъ какъ число 19223 умноженное на 7, даетъ произведеніе, которое вычтенное изъ дѣлимаго 134565 оставляетъ остатокъ 4, и дробь $\frac{4}{7}$, какъ частное сего остатка раздѣленнаго на 7, умноженная на 7, даетъ оной остатокъ 4; то явствуетъ, что число 19223 и дробь $\frac{4}{7}$, вмѣстѣ взятыя, умноженныя на 7, даютъ то произведеніе и остатокъ 4 вмѣстѣ взятыя, или все тоже, смѣшенное число 19223$\frac{4}{7}$ умноженное на 7, даетъ данное дѣлимое число 134565; слѣдовательно (по ч. 49) оное смѣшенное число и есть искомое нами частное

Подобнымъ образомъ разсуждая, мы найдемъ, что точное частное числа 349673 раздѣленнаго на 572 (ч 52) будетъ смѣшенное число 611 $\frac{181}{572}$; и такъ далѣе въ другихъ случаяхъ

ГЛАВА III

О первыхъ четырехъ способахъ изчисленія дробныхъ чиселъ

ОТДѢЛЕНІЕ I

О свойствахъ дробей

(56) Во первыхъ изъ произхожденія дроби (ч 18) явствуетъ, что естьли у оной числитель меньше знаменателя, то та дробь меньше единицы, а естьли числитель больше знаменателя, то та дробь больше единицы. Такъ, каждая изъ дробей $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, и проч меньше единицы, а каждая изъ дробей $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{11}{6}$, и проч. больше единицы; потому что для составленія первыхъ дробей, равныхъ частей единицы взять надлежитъ менѣе, а для составленія другихъ болѣе нежели на сколько оныхъ частей единица сія раздѣленною полагается

(57) И какъ тоже самое произхожденіе дроби простирается и до чиселъ цѣлыхъ (ч 19), то распространяя и изображеніе дроби знаками на оныя, мы послѣ сего можемъ вопрошать, что значитъ такая дробь, у которой числитель равенъ знаменателю? Или еще, что значитъ дробь, у которой числитель въ нѣсколько кратъ больше своего знаменателя? Вопросы сіи разрѣшатся тѣмъ, что въ первомъ изъ оныхъ всякая

шаковая дробь единицу представляетъ, а въ другомъ нѣкую кратную величину оной, що есть число цѣлое Такъ каждая изъ дробей $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{6}{6}$, и проч. равняется единицѣ, потому что для составленія сихъ дробей, равныхъ частей единицы взять надлежитъ столько же, на сколько оныхъ единица сія раздѣленною полагается Равнымъ образомъ, каждая изъ дробей $\frac{4}{2}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{10}{5}$, $\frac{12}{6}$, и проч равняется числу 2, потому что для составленія сихъ дробей, равныхъ частей единицы взять надлежитъ вдвое болѣе, нежели на сколько оныхъ единица сія раздѣленною полагается. Такимъ же образомъ каждая изъ дробей $\frac{6}{2}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{12}{4}$, $\frac{15}{15}$, $\frac{18}{6}$, и проч равняется числу 3, потому что для составленія сихъ дробей, равныхъ частей единицы взять надлежитъ втрое болѣе, нежели на сколько оныхъ единица сія раздѣленною полагается И такъ далѣе и далѣе

(58) Изъ чего явствуетъ, что для узнанія цѣлаго числа, дробями сего рода представляемаго, надлежитъ токмо числителя всякой такой дроби раздѣлить на ея знаменателя; и чрезъ произшедшее оттуда частное будешь имѣть искомое число. Такъ, чтобы узнать цѣлое число представляемое дробью $\frac{35}{7}$, я раздѣляю 35 на 7, и чрезъ частное 5 получаю искомое число; ибо такъ какъ (по ч 49) произведеніе сего частнаго 5 умноженнаго на дѣлящее число 7 равняется дѣлимому 35, и (по ч 46) обратно произведеніе числа 7 умноженнаго на частное 5 равняется тому же дѣлимому 35, то явствуетъ (ч 43), что у дроби $\frac{35}{7}$ числитель 35 въ 5 кратъ больше своего знаменателя 7, и что слѣдовательно (по ч. 57) оная дробь равняется цѣлому числу 5

(59) Оттуда же явствует, какимъ образомъ и обратно какое ниесть цѣлое число представить можно въ видѣ дроби, имѣющей знаменателемъ такое число, какое избрать угодно будетъ. Для сего надлежитъ токмо данное цѣлое число умножить на избраннаго знаменателя, и изъ произшедшаго произведенія, какъ числителя, и того знаменателя составить (по ч 21) дробь, которая и будетъ искомая Такъ, естьли требуется цѣлое число 6 представить въ видѣ дроби, у которой бы знаменателемъ было число 5, то умноживъ 6 на 5, напиши $\frac{30}{5}$, которая дробь и будетъ искомая, ибо, такъ какъ (по ч 46) обратно произведеніе числа 5 умноженнаго на 6 есть тоже самое 30, то (по ч 43) у дроби $\frac{30}{5}$ числитель 30 въ 6 кратъ болѣе своего знаменателя 5, и слѣдовательно (по ч. 57) оная дробь $\frac{30}{5}$ равняется тому числу 6

(60) Поелику вообще всякая дробь, у которой числитель больше своего знаменателя, больше единицы (ч. 56), то явствуетъ, что всякая таковая дробь заключаетъ въ себѣ непремѣнно одну или многія единицы, то есть число цѣлое; и когда числитель въ нѣсколько кратъ больше своего знаменателя, тогда, какъ то предъ симъ видѣли, таковая дробь равняется сему цѣлому числу, но когда числитель будучи больше своего знаменателя, не есть кратное число онаго, тогда, какъ то явно, таковая дробь не можетъ равняться одному цѣлому числу; чего ради раждается вопросъ, какому цѣлому числу и чему, сверхъ того, дробь сія равняется? Сіе узнается, когда числителя оной раздѣлишь (по ч. 55) на соотвѣтствующаго знаменателя, а именно чрезъ произшедшее оттуда частное, которое въ семъ случаѣ будетъ цѣлое

число соединенное съ дробью меньшею единицы, то есть число смѣшенное, будетъ имѣть искомое Такъ, чтобы узнать, какому цѣлому числу и чему, сверхъ того, равняется дробь $\frac{59}{7}$, я раздѣляю (по ч 55) числителя 59 на знаменателя 7, и получаю въ частномъ цѣлое число 8 и сверхъ того дробь $\frac{3}{7}$, то есть смѣшенное число $8\frac{3}{7}$, которое и будетъ искомое, ибо такъ какъ произведеніе 56 частнаго 8, умноженнаго на дѣлящее число 7, съ остаткомъ 3 равняется дѣлимому 59 (ч:38), то явствуетъ что данная дробь $\frac{59}{7}$ равняется двумъ вмѣстѣ взятымъ дробямъ $\frac{56}{7}$ и $\frac{3}{7}$, понеже въ нихъ, вмѣстѣ взятыхъ, столько же седьмыхъ частей единицы содержится, сколько и въ данной; и какъ первая изъ сихъ дробей (по ч. 58) равняется цѣлому числу 8, то слѣдуетъ, что данная дробь $\frac{59}{7}$ равняется сему цѣлому числу 8 и сверхъ того дроби $\frac{3}{7}$, то есть смѣшенному числу $8\frac{3}{7}$.

Примѣч. Дѣйствіе сіе въ Ариѳметикѣ называется обыкновенно *исключеніемъ изъ данной дроби цѣлаго числа*

(61) Отсюда явствуетъ, какимъ образомъ поступить надлежитъ и обратно *при приведеніи смѣшеннаго числа въ одну дробь*. Такъ, чтобы привести въ одну дробь смѣшенное число $5\frac{3}{4}$, я привожу (по ч 59) цѣлое число 5 въ дробь, у которой бы знаменателемъ было число 4, равное знаменателю дроби $\frac{3}{4}$, входящей въ составленіе даннаго смѣшеннаго числа, и получаю $\frac{20}{4}$, потомъ числителя сея дроби 20 слагаю съ числителемъ 3 первой дроби, и изъ произшедшей суммы, какъ числителя, и общаго дробей сихъ знаменателя составляю (по ч. 21) дробь $\frac{23}{4}$, которая и будетъ искомая; ибо, явно, что въ дроби $\frac{23}{4}$

столько же четвертыхъ частей единицы содержится, сколько и въ дробяхъ $\frac{20}{4}$ и $\frac{3}{4}$ вмѣстѣ взятыхъ, и слѣдовательно столько же, сколько и въ данномъ смѣшенномъ числѣ $5\frac{3}{4}$.

(62) Поелику вообще дробныя выраженія, у коихъ числитель не меньше знаменателя, единицу или больше цѣлыхъ въ себѣ содержитъ, то всѣ оныя *неправильными дробями* называются; напротивъ того тѣ, у коихъ числитель меньше знаменателя, и кои (по ч 56) меньше единицы, *правильными* именуются

(63) Но при семъ не безполезно замѣтить, что неправильныя дроби, у коихъ числитель или равенъ знаменателю, или въ нѣсколько кратъ больше онаго, какъ равняющіяся цѣлому числу, не составляютъ (по ч 19) дробей собственно называемыхъ; и посему дроби собственно называемыя суть токмо тѣ выраженія, у коихъ числитель или меньше знаменателя, или хотя и больше, но не есть кратное число онаго

И къ симъ собственно называемымъ дробямъ причислять надлежитъ, какъ то мы замѣтили выше (ч 22), такъ же и всякое смѣшенное число. Ибо, естьли число сіе приведется (по ч. 61) въ одну дробь, то оная имеп но будетъ таковая собственно называемая дробь, какъ то изъ показанной тамъ причины явствуетъ, и какъ то еще слѣдующимъ образомъ удостовѣриться можно поелику числитель сея дроби есть сумма кратнаго числа знаменателя входящей въ смѣшенное число дроби, и числителя оной, которой меньше сего знаменателя, а знаменатель есть самый сей знаменатель входящей въ смѣшенное число дроби, то явствуетъ, что оный

числитель не будетъ кратное число сего знаменателя, и слѣдовательно дробь сія равная смѣшенному числу, какъ и сіе смѣшенное число, будетъ дробь собственно называемая.

(64) Поелику же видѣли, что частное меньшаго числа, раздѣленнаго на большее есть дробь, составленная (по ч. 21) изъ сихъ чиселъ (ч. 54), и что дробь, у которой числитель больше знаменателя и не есть кратное число онаго, равняется частному произшедшему отъ раздѣленія числителя на его знаменателя, и изображающемуся цѣлымъ числомъ соединеннымъ съ таковою, какъ предъидущая, дробью (ч. 60), которую мы правильною назвали; то послѣ сего сказать мы можемъ, что дробью, собственно такъ называемою, именуется частное одного числа раздѣленнаго на другое, котораго цѣлымъ изобразить не можно; и сіе опредѣленіе данное дроби славнымъ Ейлеромъ есть весьма точно, и изъ него мы имѣемъ вѣрнѣйшее средство узнавать, когда какое ниесть дробное выраженіе какое число представляетъ, цѣлое или дробь собственно называемую

Замѣтивъ сіе, поступимъ къ другимъ паче важнѣйшимъ свойствамъ дробныхъ чиселъ.

(65) Естьли числитель какой ниесть дроби на какое ниесть цѣлое число помножится, а знаменатель останется непремѣненъ, то дробь во столько кратъ увеличится, сколько число сіе единицъ въ себѣ содержитъ Такъ естьли числитель дроби $\frac{5}{7}$ помножится на число 4, то произойдетъ дробь $\frac{20}{7}$, которая въ четыре краты болѣе первой $\frac{5}{7}$; ибо, такъ какъ (по ч 43) числитель 20 въ четыре краты болѣе

числителя 5, то явствуетъ, что въ дроби $\frac{20}{7}$ седьмыхъ частей единицы содержится въ четыре краты болѣе, нежели сколько тѣхъ же седьмыхъ частей находится въ дроби $\frac{5}{7}$, и слѣдовательно оная дробь $\frac{20}{7}$ въ четыре краты болѣе сей послѣдней $\frac{5}{7}$

(66) На противъ того, естьли числитель какой ни есть дроби раздѣлится на какое ниесть цѣлое число, а знаменатель останется непремѣненъ, то дробь во столько кратъ уменьшится, сколько число сіе единицъ въ себѣ содержитъ. Такъ, естьли числитель дроби $\frac{20}{7}$ раздѣлится на число 5, то произойдетъ дробь $\frac{4}{7}$, которая въ пять кратъ менѣе первой $\frac{20}{7}$; ибо, такъ какъ (по ч 48) числитель 4 въ пять кратъ менѣе числителя 20, то явствуетъ, что въ дроби $\frac{4}{7}$ седьмыхъ частей единицы содержится въ пять кратъ менѣе, нежели сколько тѣхъ же седьмыхъ частей находится въ дроби $\frac{20}{7}$, и слѣдовательно оная дробь $\frac{4}{7}$ въ пять кратъ менѣе сей послѣдней дроби $\frac{20}{7}$

(67) Такъ же, естьли знаменатель какой ниесть дроби на какое ниесть цѣлое число помножится, а числитель останется непремѣненъ, то дробь во столько кратъ уменьшится, сколько число сіе единицъ въ себѣ содержитъ. Такъ, естьли знаменатель дроби $\frac{4}{7}$ помножится на число 5, то произойдетъ дробь $\frac{4}{35}$, которая въ пять кратъ менѣе первой $\frac{4}{7}$; ибо, такъ какъ (по ч 43) знаменатель 35 въ пять кратъ болѣе знаменателя 7, то явствуетъ, что для составленія дроби $\frac{4}{35}$ единицу раздѣлить надлежитъ въ пять кратъ на большее число равныхъ частей, нежели на сколько единица сія въ случаѣ дроби $\frac{4}{7}$ раздѣленною полагается, и

къ чему достигнешь, когда каждую седьмую часть единицы раздѣлишь на 5 равныхъ частей, понеже тогда, какъ то явно, въ единицѣ равныхъ частей содержаться будетъ въ пять кратъ болѣе, нежели сколько седьмыхъ частей въ ней находится; и такъ симъ образомъ получишь тридцать пятыя части единицы; и какъ каждая изъ нихъ въ пять кратъ менѣе каждой седьмой части единицы, то явствуетъ, что 4 ихъ вмѣстѣ взятыя въ пять кратъ менѣе 4 седьмыхъ, вмѣстѣ взятыхъ (ѳ. в прц. п. 2), то есть дробь $\frac{4}{35}$ въ пять кратъ менѣе дроби $\frac{4}{7}$.

(68) Напротивъ того, естьли знаменатель какой ниесть дроби раздѣлится на какое ниесть цѣлое число, а числитель останется непремѣненъ, то дробь во столько кратъ увеличится, сколько число сіе единицъ въ себѣ содержитъ. Такъ, естьли знаменатель дроби $\frac{4}{35}$ раздѣлится на число 7, то произойдетъ дробь $\frac{4}{5}$, которая въ семь кратъ болѣе первой $\frac{4}{35}$; ибо, такъ какъ (по ч 48) знаменатель 5 въ семь кратъ менѣе знаменателя 35, то явствуетъ, что для составленія дроби $\frac{4}{5}$, единицу раздѣлить надлежитъ въ семь кратъ па меньшее число равныхъ частей, нежели на сколько единица сія въ случаѣ дроби $\frac{4}{35}$ раздѣленною полагается; и къ чему достигнешь, когда на каждую новую часть возмешь по 7 прежнихъ; и такъ каждая пятая часть единицы будетъ въ семь кратъ болѣе каждой тридцать-пятой части сей единицы, слѣдовательно и 4 пятыхъ въ семь же кратъ болѣе 4 тридцать-пятыхъ (ѳ в прц. п 2), то есть дробь $\frac{4}{5}$ въ семь кратъ болѣе дроби $\frac{4}{35}$.

(69) Отсюда непосредственно произходитъ слѣдующая ѳеорема:

Естьли числитель и знаменатель какой ниесть дроби на одно какое нибудь цѣлое число помножится или раздѣлится; то величина дроби не перемѣнится. Ибо·

1) Естьли сперва числителя данной дроби помножимъ на какое ниесть цѣлое число, а знаменателя оставимъ непремѣннымъ, то произойдетъ другая дробь, которая будетъ во столько кратъ больше данной, сколько число сіе единицъ въ себѣ содержитъ (ч 65); и естьли потомъ знаменателя сей второй дроби помножимъ на тоже самое число, а числителя оставимъ непремѣннымъ, то произойдетъ третья дробь, которая будетъ во столько кратъ меньше второй, сколько число сіе единицъ въ себѣ содержитъ (ч 67), и такъ первая или данная дробь и сія третья суть равночастныя той второй, и слѣдовательно суть равныя между собою

2) Естьли сперва числителя данной дроби раздѣлимъ на какое ни есть цѣлое число, а знаменателя оставимъ непремѣннымъ, то произойдетъ другая дробь, которая будетъ во столько кратъ меньше данной, сколько число сіе единицъ въ себѣ содержитъ (ч 66), и естьли потомъ знаменателя сей второй дроби раздѣлимъ на тоже самое число, а числителя оставимъ непремѣннымъ, то произойдетъ третья дробь, которая будетъ во столько кратъ больше второй, сколько число сіе единицъ въ себѣ содержитъ (ч. 68); и такъ первая или данная дробь и сія третья суть равнократныя той второй, и слѣдовательно суть равныя между собою.

(70) Изъ первой части сея ѳеоремы явствуетъ, что одну и туже дробь можно представить безъ перемѣны ея величины многоразличными образами. Такъ, дробь $\frac{3}{4}$ можно изобразить чрезъ каждое изъ слѣдующихъ выраженій: $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{15}{20}$, и такъ далѣе до безконечности Но какъ дробь въ меньшихъ числахъ представленную яснѣе понимаемъ, нежели ей равную въ большихъ числахъ, какъ напримѣръ дробь $\frac{3}{4}$ представить себѣ будетъ удобнѣе, нежели ей равную $\frac{4113}{5484}$, произшедшую отъ умноженія числителя и знаменателя ея на *1371*, то во всякой дроби, имѣющей въ числителѣ и знаменателѣ общаго множителя, надлежитъ посредствомъ второй части доказанной теперь ѳеоремы сего множителя исключать, раздѣляя на него какъ числителя, такъ и знаменателя сей дроби, каковый множитель для сей причины и называется здѣсь *общимъ дѣлителемъ*

И какъ цѣлыя числа суть величины между собою соизмѣримыя, то сей общій дѣлитель найдется послѣдуя предписанному въ Основаніяхъ Геометріи (ѳ и прц п 17) о нахожденіи общей наибольшей мѣры двухъ соизмѣримыхъ величинъ, и оный найденный такимъ образомъ, будетъ нетокмо общій, но и наибольшій дѣлитель двухъ данныхъ чиселъ, о чемъ въ прочемъ пространнѣе предложено будетъ въ Основаніяхъ Общеи Ариѳметики или Языка Алгебраическаго

(71) Изъ той же самой ѳеоремы слѣдуетъ способъ приводить многія данныя дроби, безъ перемѣны ихъ величины, къ одному знаменателю для сего надлежитъ токмо числителя и знаменателя каждой изъ данныхъ дробей умножить на произведеніе знаменателей про-

чихъ, шакимъ образомъ будешь имѣшь новыя дроби имѣющія (по ч 46) одного и шого же знаменашеля, и величиною своею (по ч. 69) равныя прежнимъ

Такъ дроби $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{7}$ приведенныя къ одному знаменашелю будушъ: $\frac{56}{84}$, $\frac{63}{84}$ и $\frac{60}{84}$.

И чшобы во всей подробносши показашь причину, для кошорой здѣсь въ каждой изъ найденныхъ дробей выходишъ шошъ же знаменашель, шо замѣшишь надлежишъ, чшо произведеніе происходящее ошъ умноженія какаго ниесшь цѣлаго числа на произведеніе двухъ другихъ, равняешся произведенію, происходящему ошъ умноженія произведенія его и одного кошораго ниесшь изъ сихъ другихъ, на другое Такъ, произведеніе происходящее ошъ умноженія числа 4 на произведеніе 35 чиселъ 5 и 7, равняешся произведенію, происходящему ошъ умноженія произведенія 20 чиселъ 4 и 5, на число 7, или произведенію, происходящему ошъ умноженія произведенія 28 чиселъ 4 и 7, на число 5 Ибо, шакъ какъ (по ч 43) произведеніе 35 въ 7 кратъ болѣе 5, шо число 4 умноживъ на 5, умножимъ въ 7 кратъ менѣе, нежели сколько надобно, когда хошимъ оное помножишь на 35; чего ради произведеніе 20 числа 4 умноженнаго на 5, надлежишъ еще умножишь на 7, дабы получишь произведеніе шого же числа 4 умноженнаго на 35; и шакъ произведеніе, происходящее ошъ умноженія числа 4 на произведеніе 35 чиселъ 5 и 7, равняешся произведенію, происходящему ошъ умноженія произведенія 20 чиселъ 4 и 5, на число 7; и какъ (по ч 46) произведеніе числа 5 умноженнаго на 7, есшь шоже самое, чшо и произведеніе числа 7 умноженнаго на 5, шо ошсюда слѣдуешъ, чшо шоже самое произ-

веденіе равняется такъ же и произведенію, происходящему отъ умноженія произведенія 28 чисель 4 и 7, на число 5.

Замѣтивъ сіе, мы тотчасъ усматриваемъ, что произведеніе 84, происходящее отъ умноженія знаменателя 3 на произведеніе знаменателей 4 и 7 равняется произведенію, происходящему отъ умноженія произведенія знаменателей 3 и 7, на знаменателя 4, и слѣдовательно (по ч. 46) равняется произведенію, происходящему отъ умноженія знаменателя 4 на произведеніе знаменателей 3 и 7; равнымъ образомъ видимъ, что тоже самое произведеніе 84, происходящее отъ умноженія знаменателя 3 на произведеніе знаменателей 4 и 7, равняется произведенію, происходящему отъ умноженія произведенія знаменателей 3 и 4 на знаменателя 7, и слѣдовательно (по ч. 46) равняется произведенію, происходящему отъ умноженія знаменателя 7 на произведеніе знаменателей 3 и 4 И такъ далѣе въ другихъ случаяхъ

ОТДѢЛЕНІЕ II.

О сложеніи дробей

(72) Пусть сперва требуется сложить дроби имѣющія одного и того же знаменателя.

Для сего надлежитъ сложить всѣхъ числителей, и изъ произшедшей суммы, какъ числителя, и общаго дробей знаменателя составить (по ч. 21) дробь, которая и будетъ искомая сумма данныхъ дробей. Такъ сумма дробей $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{6}{7}$ будетъ $\frac{12}{7}$; потому что числители 2, 5 и 6 разсматри-

ваемыя какъ цѣлыя числа, вмѣстѣ взятыя составляютъ числителя 12; но въ случаѣ всякой дроби, сколько числитель содержитъ въ себѣ единицъ, столько та дробь заключаетъ въ себѣ единицъ дробныхъ, слѣдовательно въ дроби $\frac{12}{7}$ столько же седьмыхъ частей единицы содержится, сколько находится оныхъ въ данныхъ $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{7}$ и $\frac{6}{7}$ вмѣстѣ взятыхъ, и слѣдовательно та дробь $\frac{12}{7}$ есть искомая сумма сихъ данныхъ.

(73) Пусть теперь требуется сложить дроби имѣющія разныхъ знаменателей

Для сего надлежитъ (по ч 71) привести ихъ къ одному знеменателю, и потомъ сіи новыя дроби сложить предписаннымъ для таковаго случая образомъ (ч. 72) Такъ, ежели предложено будетъ сложить дроби $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{7}$, то привожу ихъ въ другія $\frac{56}{84}$, $\frac{63}{84}$ и $\frac{60}{84}$, имъ равныя, и слагая сіи другія, нахожу искомую сумму $\frac{179}{84}$ предложенныхъ дробей, какъ то очевидно

(74) Естьли дробь составляющая сумму предложенныхъ дробей будетъ такова, что числитель ея выдетъ не меньше знаменателя, то или для узнанія цѣлаго числа, ею представляемаго, или для изключенія изъ ней онаго, надлежитъ поступить по предписанному выше (ч 57, 58 и 60) И такъ въ приведенныхъ здѣсь примѣрахъ для сказанной причины поступивъ такимъ образомъ съ суммами $\frac{12}{7}$ и $\frac{179}{84}$ предложенныхъ дробей, найдемъ, что первая равняется смѣшенному числу $1\frac{5}{7}$, а другая таковому числу $2\frac{11}{84}$.

(75) Наконецъ, поелику всякое цѣлое число можно представить въ видѣ дроби, имѣющей знаменателемъ такое число, какое токмо избрать угодно будетъ (ч 59),

равно какъ и всякое цѣлое соединенное съ дробью, то есть число смѣшенное, можно привести въ одну дробь (ч. 61); то предложеннаго нами здѣсь о сложеніи дробей довлѣетъ для всѣхъ случаевъ, какіе токмо въ семъ дѣйствіи мѣсто имѣть могутъ

ОТДѢЛЕНІЕ III
О вычитаніи дробей

(76) Пусть сперва требуется вычесть дроби, меньшую изъ большей, кои имѣютъ одного и того же знаменателя

Для сего надлежитъ вычесть числителя меньшей дроби изъ числителя большей, и изъ произшедшей разности, какъ числителя, и общаго дробей знаменателя составить (по ч. 21) дробь, которая и будетъ искомая разность предложенныхъ дробей. Такъ, разность дробей $\frac{9}{7}$ и $\frac{4}{7}$ будетъ $\frac{5}{7}$, потому что разность числителей 9 и 4, разсматриваемыхъ какъ цѣлыя числа, составляетъ числителя 5; но въ случаѣ всякой дроби, сколько числитель единицъ въ себѣ содержитъ, столько та дробь дробныхъ единицъ въ себѣ заключаетъ, слѣдовательно въ дроби $\frac{5}{7}$ столько же седьмыхъ частей единицы содержится, сколько оными данная дробь $\frac{9}{7}$ превосходитъ другую $\frac{4}{7}$, и слѣдовательно та дробь $\frac{5}{7}$ есть искомая разность сихъ данныхъ.

(77). Пусть теперь требуется вычесть дроби, меньшую изъ большей, кои имѣютъ разныхъ знаменателей

Для сего надлежитъ (по ч 71) привести ихъ къ одному знаменателю, и потомъ сіи новыя дроби вычесть одну изъ другой предписаннымъ для таковаго случая образомъ (ч.76) Такъ, естьли предложено будетъ изъ дроби $\frac{4}{5}$ вычесть дробь $\frac{2}{7}$, то привожу ихъ въ другія $\frac{28}{35}$ и $\frac{10}{35}$, имъ равныя, и вычитая изъ дроби $\frac{28}{35}$ дробь $\frac{10}{35}$, нахожу искомую разность $\frac{18}{35}$, какъ то очевидно.

(78) Здѣсь тѣ же самыя примѣчанія мѣсто имѣютъ, какія предложены были въ предъидущемъ отдѣленіи (смотри ч 74 и 75)

ОТДѢЛЕНІЕ IV

О умноженіи дробей

(79) Пусть сперва требуется умножить дробь на цѣлое число

Для сего надлежитъ умножить числителя данной дроби на данное множащее число, или естьли знаменатель дѣлится на цѣло на сіе число, то раздѣлить на оное знаменателя; и произшедшая отъ того дробь будетъ искомое произведеніе. Ибо (по ч 43) умножить величину на цѣлое число значитъ взять оную столько кратно, сколько множащее число единицъ въ себѣ содержитъ; но (по ч 65 и 68) упомянутымъ умноженіемъ числителя или дѣленіемъ знаменателя на сіе цѣлое число, то самое съ дробью и дѣлается, слѣдовательно таковымъ образомъ имѣемъ искомое произведеніе дроби умноженной на цѣлое число И такъ произведеніе дроби $\frac{5}{7}$

умноженной на 3 будетъ $\frac{15}{7}$ или $2\frac{1}{7}$, а произведенiе дроби $\frac{5}{6}$ умноженной на 3 будетъ $\frac{5}{2}$ или $2\frac{1}{2}$.

(80) Пусть теперь требуется умножить дробь на дробь.

Для сего надлежитъ перемножить между собою какъ числителей, такъ и знаменателей, и изъ произшедшаго произведенiя числителей, какъ числителя, и изъ произшедшаго произведенiя знаменателей, какъ знаменателя, составить (по ч. 21) дробь, которая и будетъ искомое произведенiе. Такъ, произведенiе дроби $\frac{5}{7}$ умноженной на дробь $\frac{3}{4}$ будетъ $\frac{15}{28}$. Ибо, такъ какъ вообще умножить величину на другую значитъ найти новую величину, которая бы къ множимой такъ относилася, какъ множащая къ единицѣ (Вв. ч. 23), то явствуетъ, что здѣсь все дѣло состоитъ токмо въ показанiи, что четыре величины $\frac{15}{28}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{4}$ и 1 суть пропорцiональны, или все тоже, составляютъ пропорцiю $\frac{15}{28}:\frac{5}{7} = \frac{3}{4}:1$. На сей конецъ во первыхъ примѣчаю, что дроби $\frac{5}{28}$ и $\frac{1}{4}$ суть равночастныя $\frac{5}{7}$ и 1; въ самомъ дѣлѣ, знаменатель 28 будучи произведенiе знаменателя 7 умноженнаго на знаменателя 4, во столько кратъ (по ч. 43) больше знаменателя 7, сколько знаменатель 4 единицъ въ себѣ содержитъ; но во сколько кратъ знаменатель 28 больше знаменателя 7, во столько кратъ (по ч. 67) дробь $\frac{5}{28}$ меньше дроби $\frac{5}{7}$, и такъ же сколько знаменатель 4 единицъ въ себѣ содержитъ, во столько кратъ дробная единица $\frac{1}{4}$ меньше 1; слѣдовательно дроби $\frac{5}{28}$ и $\frac{1}{4}$ суть равночастныя $\frac{5}{7}$ и 1. Во вторыхъ примѣчаю, что дроби $\frac{15}{28}$ и $\frac{3}{4}$ суть равнократныя тѣхъ же дробей $\frac{5}{28}$ и $\frac{1}{4}$, въ самомъ дѣлѣ, числитель 15 будучи произведенiе числите-

ія 5, умноженнаго на числителя 3, во столько кратъ больше числителя 5, сколько числитель 3 единицъ въ себѣ содержитъ; но во сколько кратъ числитель 15 больше числителя 5, во столько кратъ (по ч 65) дробь $\frac{15}{28}$ больше дроби $\frac{5}{28}$, и такъ же сколько числитель 3 единицъ въ себѣ содержитъ, во столько кратъ дробь $\frac{3}{4}$ больше своей дробной единицы $\frac{1}{4}$; слѣдовательно дроби $\frac{15}{28}$ и $\frac{3}{4}$ суть равнократныя дробей $\frac{5}{28}$ и $\frac{1}{4}$ И такъ, поелику четыре величины $\frac{15}{28}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{4}$ и 1 суть такого состоянія, что первая и третья суть равнократныя $\frac{5}{28}$ и $\frac{1}{4}$ равночастныхъ второй и четвертой, заключаю по опредѣленію пропорціи (в в прц. опр 7), что $\frac{15}{28} : \frac{5}{7} = \frac{3}{4} : 1$, и что слѣдовательно по опредѣленію умноженія (Вв. ч. 23) дробь $\frac{15}{28}$ есть истинное произведеніе дроби $\frac{5}{7}$ умноженной на дробь $\frac{3}{4}$.

(81) И какъ чрезъ подобное разсужденіе докажется, что и произведеніе дроби $\frac{3}{4}$ умноженной на дробь $\frac{5}{7}$, будетъ таже самая дробь $\frac{15}{28}$, то отсюда слѣдуетъ, что свойство примѣченное при умноженіи цѣлыхъ чиселъ (ч 46) простирается и до умноженія чиселъ дробныхъ, и даже, говорю, простирается до умноженія цѣлаго числа и дробнаго; ибо, при умноженіи, напримѣръ цѣлаго числа 3 на дробь $\frac{5}{7}$, разсуждая подобнымъ образомъ, мы найдемъ, что четыре величины $\frac{15}{7}$, 3, $\frac{5}{7}$ и 1 суть такого состоянія, что первая и третья суть равнократныя $\frac{3}{7}$ и $\frac{1}{7}$ равночастныхъ второй и четвертой, и что слѣдовательно дробь $\frac{15}{7}$ есть истинное произведеніе цѣлаго числа 3 умноженнаго на дробь $\frac{5}{7}$, между тѣмъ какъ по предложенному выше (ч. 79) она есть такъ же и произведеніе дроби $\frac{5}{7}$ умноженной на цѣлое число 3.

(82) Поелику при умножени одной дроби на другую надлежитъ умножить числителя ея на числителя сей другой дроби, а знаменателя на знаменателя (ч. 80), и умноживъ числителя дроби на какое ниесть цѣлое число, увеличимъ ея (по ч 65) во столько кратъ, сколько число сіе единицъ въ себѣ содержитъ, и тоже сдѣлавъ съ знаменателемъ, уменьшимъ ея (по ч. 67) во столько кратъ, сколько число сіе единицъ въ себѣ содержитъ; то отсюда явствуетъ, что для умноженія одной дроби на другую, надлежитъ ея увеличить во столько кратъ сколько числитель сей другой дроби единицъ въ себѣ содержитъ, и потомъ уменьшить ея во столько кратъ, сколько знаменатель оной другой дроби единицъ въ себѣ заключаетъ; и какъ (по ч. 68) дробь увеличивается, когда знаменатель ея раздѣлится на какое ниесть цѣлое число, и притомъ во столько кратъ, сколько число сіе единицъ въ себѣ содержитъ, и (по ч. 66) дробь уменьшается, когда числитель ея раздѣлится на какое ниесть цѣлое число, и притомъ во столько кратъ, сколько число сіе единицъ въ себѣ заключаетъ, то отсюда произходитъ другой способъ умножать одну дробь на другую, состоящій въ раздѣленіи знаменателя ея на числителя сей другой дроби, а числителя на знаменателя. Такъ, произведеніе дроби $\frac{8}{15}$ умноженной по сему способу на дробь $\frac{3}{4}$ будетъ $\frac{2}{5}$, и оное произведеніе не разнствуетъ отъ находимаго по первому способу произведенія $\frac{24}{60}$, ибо естьли (по ч. 70) числителя и знаменателя онаго раздѣлимъ на общаго дѣлителя 12, то получимъ туже дробь $\frac{2}{5}$

ОТДѢЛЕНІЕ V
О дѣленіи дробей

(83) Пусть сперва требуется раздѣлить дробь на цѣлое число

Для сего надлежитъ умножить знаменателя данной дроби на данное дѣлящее число, или естьли числитель дѣлится на цѣло на сіе число, то раздѣлить на оное числителя, и произшедшая отъ того дробь будетъ искомое частное Ибо, (поч. 48) раздѣлить величину на цѣлое число, значитъ взять оную столько часто, сколько дѣлящее число единицъ въ себѣ содержитъ; но (по ч. 67 и 66) упомянутымъ умноженіемъ знаменателя или дѣленіемъ числителя на цѣлое число, то самое съ дробью и дѣлается, слѣдовательно такимъ образомъ имѣемъ искомое частное дроби раздѣленной на цѣлое число И такъ частное дроби $\frac{5}{7}$ раздѣленной на 3 будетъ $\frac{5}{21}$, а частное дроби $\frac{6}{7}$ раздѣленной на 3 будетъ $\frac{2}{7}$

(84) Пусть теперь требуется раздѣлить дробь на дробь

Для сего надлежитъ умножить числителя дѣлимой дроби на знаменателя дѣлящей, а знаменателя на числителя, и изъ произшедшаго перваго произведенія, какъ числителя, и изъ произшедшаго втораго произведенія, какъ знаменателя, составить (поч. 21) дробь, которая и будетъ искомое частное. Такъ, частное дроби $\frac{5}{7}$ раздѣленной на дробь $\frac{3}{4}$ будетъ $\frac{20}{21}$. Ибо, такъ какъ вообще раздѣлить величину на другую значитъ найти новую величину, которая бы къ дѣлимой такъ относилася, какъ единица къ дѣлящей (Вв. ч. 24), то явствуетъ, что здѣсь все дѣло состоитъ токмо въ по-

казаніи, что четыре величины $\frac{20}{21}$, $\frac{5}{7}$, 1 и $\frac{3}{4}$ суть пропорціональны, или все тоже, составляютъ пропорцію $\frac{20}{21}:\frac{5}{7}=1:\frac{3}{4}$. На сей конецъ во первыхъ примѣчаю, что дроби $\frac{5}{21}$ и $\frac{1}{4}$ суть равночастныя $\frac{5}{7}$ и $\frac{3}{4}$; въ самомъ дѣлѣ, знаменатель 21 будучи произведеніе знаменателя 7 умноженнаго на числителя 3, во столько кратъ (по ч. 43) больше знаменателя 7, сколько числитель 3 единицъ въ себѣ содержитъ; но во сколько кратъ знаменатель 21 больше знаменателя 7, во столько кратъ (по ч. 67) дробь $\frac{5}{21}$ меньше дроби $\frac{5}{7}$, и такъ же сколько числитель 3 единицъ въ себѣ содержитъ, во столько кратъ дробная единица $\frac{1}{4}$ меньше дроби $\frac{3}{4}$; слѣдовательно дроби $\frac{5}{21}$ и $\frac{1}{4}$ суть равночастныя $\frac{5}{7}$ и $\frac{3}{4}$. Во вторыхъ примѣчаю, что величины $\frac{20}{21}$ и 1 суть равнократныя тѣхъ же дробей $\frac{5}{21}$ и $\frac{1}{4}$; въ самомъ дѣлѣ, числитель 20 будучи произведеніе числителя 5, умноженнаго на знаменателя 4, во столько кратъ больше числителя 5, сколько знаменатель 4 единицъ въ себѣ содержитъ; но во сколько кратъ числитель 20 больше числителя 5, во столько кратъ (по ч. 65) дробь $\frac{20}{21}$ больше дроби $\frac{5}{21}$, и такъ же сколько знаменатель 4 единицъ въ себѣ содержитъ, во столько кратъ 1 больше дробной единицы $\frac{1}{4}$; слѣдовательно величины $\frac{20}{21}$ и 1 суть равнократныя дробей $\frac{5}{21}$ и $\frac{1}{4}$. И такъ, поелику четыре величины $\frac{20}{21}$, $\frac{5}{7}$, 1 и $\frac{3}{4}$ суть такого состоянія, что первая и третья суть равнократныя $\frac{5}{21}$ и $\frac{1}{4}$ равночастныхъ второй и четвертой, заключаю по опредѣленію пропорціи (о в прц. опр. 7), что $\frac{20}{21}:\frac{5}{7}=1:\frac{3}{4}$, и что слѣдовательно по опредѣленію дѣленія (Вв. ч. 24) дробь $\frac{20}{21}$ есть истинное частное дроби $\frac{5}{7}$ раздѣленной на дробь $\frac{3}{4}$

(85) И какъ раздѣляя числителя дроби $\frac{20}{21}$ на знаменателя дѣлящей дроби $\frac{3}{4}$, а знаменателя на числителя,

мы получаемъ, какъ то явно, дѣлимую дробь $\frac{5}{7}$, и такое дѣленіе числителя и знаменателя дроби $\frac{20}{21}$ на знаменателя и числителя дѣлящей дроби $\frac{3}{4}$, есть (по ч. 82) умноженіе ея на дѣлящую дробь $\frac{3}{4}$, то отсюда слѣдуетъ, что свойство примѣченное при дѣленіи цѣлыхъ чиселъ (ч 49) простирается и до дѣленія чиселъ дробныхъ, и даже, говорю, до дѣленія цѣлаго числа и дробнаго; ибо, при дѣленіи, напримѣръ цѣлаго числа 4 на дробь $\frac{5}{7}$, разсуждая подобнымъ образомъ, мы найдемъ, что четыре величины $\frac{28}{5}$, 4, 1 и $\frac{5}{7}$ суть такого состоянія, что первая и третья суть равнократны $\frac{4}{5}$ и $\frac{1}{7}$ равночастныхъ второй и четвертой, и что слѣдовательно дробь $\frac{28}{5}$ есть истинное частное цѣлаго числа 4 раздѣленнаго на дробь $\frac{5}{7}$; и мы видимъ въ тоже самое время, что дробь сія $\frac{28}{5}$, умноженная (по ч. 82) на дѣлящую дробь $\frac{5}{7}$, даетъ то дѣлимое число 4, какъ и дробь, напримѣръ $\frac{5}{21}$, составляющая частное дроби $\frac{5}{7}$ раздѣленной на цѣлое число 3, будучи умножена (по ч. 79) на дѣлящее цѣлое число 3, даетъ такъ же дѣлимую дробь $\frac{5}{7}$.

(86) Наконецъ припаровивъ разсужденіе, нами употребленное при выводѣ другаго способа умноженія дробей(ч.82) къ дѣленію оныхъ, мы достигнемъ до другаго способа дѣленія дробей, состоящаго въ раздѣленіи числителя и знаменателя дѣлимой дроби на числителя и знаменателя дѣлящей. Такъ частное дроби $\frac{8}{35}$ раздѣленной по сему способу на дробь $\frac{4}{5}$, будетъ $\frac{2}{7}$, и оное частное не разнствуетъ отъ находимаго по первому способу частнаго $\frac{40}{140}$, ибо естьли (по ч. 70) числителя и знаменателя онаго раздѣлимъ на общаго дѣлителя 20, то получимъ туже дробь $\frac{2}{7}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ
Къ сей IIIй главѣ,
относящееся къ умноженію и дѣленію дробей, какъ на цѣлыя числа, такъ и на самыя дроби



При доказательствѣ сихъ предложеній мы можемъ даже употребить родъ Геометрическихъ разсужденій, коихъ убѣдительная точность и исправность паче всѣхъ другихъ умъ нашъ удовлетворяетъ; что мы для любопытнаго читателя здѣсь и сдѣлаемъ

1) Пусть линія А кратная единицы Е, представляетъ данной дроби числителя, разсматриваемаго какъ цѣлое число, линія Г частная единицы Е, дробную ея единицу, и линія В, столько же кратная сей дробной единицы F, сколько числитель А есть кратенъ единицы Е, самую данную дробь, пусть еще линія М кратная числителя А, и слѣдовательно такъ же нѣкая кратная единицы Е, изображаетъ (по ч 43) произведеніе сего числителя, умноженнаго на какое ниесть цѣлое данное число, и пусть наконецъ взята будетъ линія N столько же кратная дробной единицы F, сколько М есть кратна единицы Е; явно что оная представитъ намъ ту дробь, въ которую данная обратится отъ умноженія числителя ея на цѣлое данное число; говорю, что сія дробь будетъ во столько кратъ больше данной дроби Черт 1

B, во сколько крапъ числитеіь ея M больше числителя A сей данной B Ибо, шакъ какъ M и N суть равнокрашныя E и F, и изъ сихъ E есть крашная F, то явствуетъ, что M столько крашная N, сколько E есть крашна F (ѳ в прц. п 2); такъ же докажется, что и A столько же крашная B, сколько E есть крашна F, и такъ M и A суть равнокрашныя N и B, но M есть крашная A; слѣдовательно дробь N столько же крашная данной B, сколько числитель M есть крашенъ числителя A (ѳ р прц. п 3), и слѣдоват. и проч. (ч 43)

Черт 2 2) Пусть линія D крашная единицы E, представляетъ данной дроби знаменателя, разсматриваемаго какъ цѣлое число, F столько же частная единицы E, сколько сія частна D, дробную ея единицу, и C крашная сей дробной единицы, самую данную дробь; пусть еще линія Q, крашная знаменателя D, и слѣдовательно такъ же нѣкая крашная единицы E, изображаетъ (по ч 43) произведеніе сего знаменателя умноженнаго на какое нибудь цѣлое данное число; и пусть наконецъ взяты будутъ линіи G и P, изъ коихъ первая G столько частная E, сколько E есть частна Q, а другая P столько крашная G, сколько C есть крашна F, явно, что изъ оныхъ G будетъ та дробная единица, а P самая та дробь, въ которыя обращятся данныя F и C отъ умноженія знаменателя ихъ на цѣлое данное число; говорю, что сія дробная единица G и сія дробь P будутъ въ столько крапъ меньше данныхъ F и C, во сколько знаменатель ихъ Q больше знаменателя D сихъ данныхъ F и C. Ибо, пусть линія X столько же крашная G,

сколько E есть кратна F, понеже D столько же кратная E, сколько E есть кратна F, то явствуетъ, что D и X суть равнократныя E и G, такъ же, поелику Q и E суть равнократныя E и G, и притомъ Q есть нѣкая кратная D, то слѣдуетъ, что сколько Q кратная D, столько же E есть кратна X (ѳ в. прц п. 7); но по положенію E и X суть равнократныя F и G, чего ради F столько же кратная G, сколько E есть кратна X (ѳ в прц. п 3), и слѣдовательно такъ же сколько Q есть кратна D; и такъ дробная единица G во столько кратъ меньше дробной единицы F, во сколько кратъ знаменатель Q больше знаменателя D; но P и C суть равнократныя G и F, слѣдовательно и дробь P во столько кратъ меньше дроби C, во сколько кратъ знаменатель Q больше знаменателя D (ѳ в прц п 2), и слѣдоват и проч (ч 43)

3) Пусть линіи A и B нѣкія кратныя единицы E, Черт 3 представляютъ числителя и знаменателя данной множимой дроби, разсматриваемыхъ какъ цѣлыя числа, а линіи C и D нѣкія другія кратныя единицы E, числителя и знаменателя данной множащей дроби, разсматриваемыхъ такъ же какъ цѣлыя числа; и пусть линіи F и G, столько же частныя единицы E, сколько оная E есть частна знаменателей B и D, а линіи H и K столько же кратныя F и G, сколько числители A и C суть кратны сей единицы E: первыя F и G, какъ то явно, изображатъ намъ дробныя единицы, а другія H и K самыя данныя дроби Пусть еще линія M столько кратная числителя A, сколько числитель C кратенъ единицы E,

а линія N столько кратная знаменателя B, сколько знаменатель D кратенъ тойже единицы E. первая линія M (по ч. 43) будетъ произведеніе числителей A и C, а другая N произведеніе знаменателей B и D. Наконецъ пусть линія J столько частная единицы E, сколько E частна N, а P столько кратна J, сколько M кратна E, говорю, что дробь P будетъ произведеніе дробей H и K, то есть будетъ P:H=K:E. Ибо, пусть линія X столько же кратная J, сколько E есть кратна F; понеже B столько же кратная E, сколько E есть кратна F, то явствуетъ, что B и X суть равнократныя E и J; такъ же, поелику N и E суть равнократныя E и J, и притомъ N есть нѣкая кратная B, то слѣдуетъ, что сколько N есть кратная B, столько же E кратна X (о. в. прц. п. 7), но по положенію E и X суть равнократныя F и J, чего ради F столько же кратная J, сколько E есть кратна X (о. в. прц п. 3), и слѣдовательно такъ же сколько N есть кратна B, или все тоже, J столько же частная F, сколько B есть частна N; и какъ B столько же частная N, сколько E есть частна D, а E столько же частная D, сколько G есть частна E, то явствуетъ, что J столько же частная F, сколько G есть частна E; и пусть L столько же кратная J, сколько H есть кратна F, будетъ и L столько же частная H, сколько G есть частна E (о. в. прц. п. 2), и такъ L и G суть равночастныя H и E Теперь, послику по положенію L столько же кратная J, сколько H есть кратна F а сколько H есть кратная F, столько же A есть кратна E, то L столько же кратная J, сколько A есть кратна E; и какъ P столько же кратная J, сколько M есть кратна E, и притомъ M кратная A, то будетъ P столько же

кратная L, сколько M есть кратна A (о в прц п 7), но сколько M есть кратная A, столько же C есть кратна E, и сколько C есть кратная E, столько же K есть кратна G, слѣдовательно будетъ P столько же кратная L, сколько K есть кратна G, и такъ P и K суть равнократныя тѣхъ же самыхъ L и G, о коихъ доказано было, что суть равночастныя H и E, слѣдоват и проч (Вв. ч 23 и о в прц опр 7)

4) Пусть линіи A, B, C, D, E, F, G, H и K означаютъ то же, что и прежде, но линія M пусть будетъ столько кратна числителя A, сколько знаменатель D кратенъ единицы E, а линія N столько кратная знаменателя B, сколько числитель C кратенъ той же единицы, и слѣдовательно (по ч. 43) линія M будетъ произведеніе числителя A умноженнаго на знаменателя D, а линія N произведеніе знаменателя B умноженнаго на числителя C; потомъ пусть J столько же частная E, сколько E есть частна N, а Q столько кратная J, сколько M есть кратна E; говорю, что Q будетъ частное дроби H раздѣленной на K, то есть будетъ Q:H=E:K. Ибо, такъ какъ J столько же частная E, сколько E есть частна N, а F столько же частная E, сколько E есть частна B, и N кратная B, то разсуждая точно такъ, какъ въ предыдущемъ предложеніи, докажется, что будетъ J столько частная F, сколько B есть частна N; и какъ B столько же частная N, сколько E есть частна C, а E столько частная C, сколько G есть частна K, то явствуетъ, что J столько же частна F, сколько G есть частна K, и пусть L столько Черт 4

же кратная J, сколько H есть кратна F, будетъ и L столько же частная H, сколько G есть частна K (ѳ в прц. п. 2); и такъ L и G суть равночастныя H и K Теперь, поелику по положенію L столько же кратная J, сколько H есть кратна F, а сколько H есть кратна F, столько же A есть кратна E, то L столько же кратная J, сколько A есть кратна E, и какъ Q столько кратная J, сколько M есть кратна E, и притомъ M кратная A, то будетъ Q столько же кратная L, сколько M есть кратна A (ѳ в прц. п. 7); но сколько M есть кратная A, столько же D есть кратна E, и сколько D есть кратная E, столько же E есть кратна G, слѣдовательно будетъ Q столько кратная L, сколько E есть кратна G; и такъ Q и E суть равнократныя тѣхъ же самыхъ L и G, о коихъ предъ симъ доказано было, что суть равночастныя H и K, слѣдоват и проч (Вв ч 24 и ѳ в прц опр 7)

ГЛАВА IV.

О первыхъ четырехъ способахъ изчисленія десятичныхъ дробныхъ чиселъ

ОТДѢЛЕНІЕ I

Объ особенныхъ свойствахъ десятичныхъ дробныхъ чиселъ, и о приведеніи въ оныя дробей обыкновенныхъ

(87) Во первыхъ всякое десятичное дробное число есть дробь собственно называемая. Въ самомъ дѣлѣ, поелику ту часть десятичнаго дробнаго числа, въ которой десятичныя части находятся и которая собственно десятичною дробью называется (ч. 27), представить можно въ видѣ обыкновенной дроби, у которой числитель есть самая та десятичная дробь, взятая какъ цѣлое число, а знаменатель единица, сопровожденная столькимъ числомъ нулей, сколько въ оной знаковъ находится (ч 30); то, понеже въ составленной таким образомъ обыкновенной дроби числитель всегда меньше знаменателя, явствуетъ, что оная, какъ и равная ей десятичная дробь, есть дробь правильная (ч 62), и слѣдовательно собственно называемая (ч. 63); и потому, естьли данное десятичное дробное число будетъ содержать въ себѣ еще цѣлыя, то оное будетъ такъ названное нами смѣшенное число (ч 22), и слѣдователь-

но равнымъ образомъ будетъ дробь собственно называемая (63) И такъ десятичныя дробныя числа 0,152; 3,245, и проч. изображаютъ дроби собственно называемыя.

(88) Какъ обыкновенныя дроби могутъ быть представлены, безъ перемѣны ихъ величины многоразличными образами (ч 70), такъ и десятичныя дробныя числа могутъ принять, безъ перемѣны ихъ величины, многоразличные же виды, а именно: естьли съ правой стороны какого нибудь предложеннаго десятичнаго дробнаго числа приставится сколько ниесть нулей, или естьли изъ находящихся при немъ съ сей же стороны нулей откинется сколько ниесть; то число сіе въ величинѣ своей отъ того не перемѣнится. Ибо, такъ какъ симъ приставливаніемъ или откидываніемъ нулей мѣсто запятой не перемѣняется, то останутся тѣ же единицы единицами, тѣ же десятки десятками, тѣ же сотни сотнями, и такъ далѣе, равно какъ и тѣ же десятыя десятыми, тѣ же сотыя сотыми, и такъ далѣе, и какъ сверхъ того нуль есть знакъ никакой величины не изображающій, то упомянутымъ приставливаніемъ или откидываніемъ нулей и никакихъ десятичныхъ частей не прибавится или не отнимется; слѣдовательно и число сіе отъ того въ величинѣ своей не перемѣнится

Въ прочемъ, поелику всякое десятичное дробное число изобразить можно въ видѣ обыкновенной дроби, у которой числитель есть самое сіе число, взятое какъ цѣлое, а знаменатель единица сопровожденная столькимъ числомъ нулей, сколько находится знаковъ въ десятичной его дроби (ч 30); то явствуетъ, что когда по изображеніи сего числа, какъ оно есть, обык-

новенною дробью, приставишь къ нему или откинешь отъ него несколько ниесть нулей, и потомъ произшедшее десятичное дробное число паки изобразишь обыкновенною дробью, тогда у оной числитель будетъ тотъ же самый числитель съ приставленными къ нему или откинутыми отъ него нулями, а знаменатель тотъ же самый знаменатель съ приставленными къ нему или откинутыми отъ него столькими же нулями, и какъ приставливаніемъ къ числу или откидываніемъ отъ него нулей, число сіе умножается или раздѣляется на 10 100, 1000, и такъ далѣе (ч. 47 и 49), то слѣдуетъ, что у обыкновенной дроби изображающей десятичное дробное число чрезъ сіе приставливаніе или откидываніе нулей какъ числитель, такъ и знаменатель умножается или раздѣляется на одно и тоже число, и слѣдовательно дробь сія отъ того въ величинѣ своей не перемѣняется (ч. 69), а потому такъ же и равное ей десятичное дробное число въ величинѣ своей не перемѣняется. И такъ десятичное дробное число 35,472 равно каждому изъ слѣдующихъ чиселъ 35,4720, 35,47200, 35,472000, и такъ далѣе, ибо сіи числа (по ч 30) изобразятся чрезъ слѣдующія дроби $\frac{354720}{10000}$, $\frac{3547200}{10\,000}$, $\frac{35472000}{1000000}$, и такъ далѣе, кои (по ч 69) всѣ равны какъ между собою, такъ и дроби $\frac{35472}{1000}$. И обратно, десятичное дробное число 35,472000 равно каждому изъ слѣдующихъ 35,47200; 35,4720; 35,472, и причина сему таже самая

(89) Наконецъ естьли въ какомъ ниесть десятичномъ дробномъ числѣ запятая, отдѣляющая десятичныя части отъ цѣлыхъ, передвинется къ правой или къ лѣвой сторонѣ чрезъ одинъ, два, три, и такъ далѣе, знака,

то число сіе увеличится или уменьшится въ 10, 100, 1000, и такъ далѣе, кратъ Ибо, естьли запятая передвинется къ правой сторонѣ чрезъ одинъ знакъ, то единицы сдѣлаются десятками, десятки сотнями, сотни тысячами, и такъ далѣе; десятыя же части будутъ единицами, сотыя десятыми, тысячныя сотыми, и такъ далѣе (ч. 29); почему каждая часть предложеннаго числа сдѣлается въ 10 кратъ больше, а потому такъ же и самое сіе число въ 10 кратъ сдѣлается больше, (ѳ. в. прц. прис. къ п. 1) Точно такимъ же образомъ докажется, что естьли запятая передвинется къ той же правой сторонѣ еще чрезъ одинъ знакъ, и слѣдовательно отъ перваго своего мѣста черезъ два знака, то предложенное число сдѣлавшееся уже въ 10 кратъ больше, сдѣлается еще въ 10 кратъ больше, и слѣдовательно будетъ во 100 кратъ больше, и такъ далѣе. Откуда явствуетъ, что когда и обратно запятая передвинется къ лѣвой сторонѣ чрезъ одинъ, два, три, и такъ далѣе, знака; то десятичное дробное число сдѣлается въ 10, 100, 1000, и такъ далѣе, кратъ меньше

Въ прочемъ, поелику всякое десятичное дробное число изобразить можно въ видѣ обыкновенной дроби, у которой числитель есть самое сіе число, взятое какъ цѣлое, а знаменатель единица сопровожденная столькимъ числомъ нулей, сколько находится знаковъ въ десятичной его дроби (ч 30); то явствуетъ, что передвинувъ запятую къ правой или къ лѣвой сторонѣ чрезъ одинъ, два, три, и такъ далѣе, знака, уменьшишь и и увеличишь знаменатель сей обыкновенной дроби въ 10, 100, 1000, и такъ далѣе, кратъ, и слѣдовательно (по ч

68 или 67) увеличишь или уменьшишь во столько же кратъ самую сію дробь, а потому увеличишь или уменьшишь такъ же и равное ей десятичное дробное число И такъ десятичное дробное число 3975,1234 написанное симъ образомъ 39751,234, 397512,34, 3975123,4, и такъ далѣе, будетъ имѣть знаменованіе въ 10, 100, 1000, и такъ далѣе, кратъ большее, нежели какое имѣло прежде, и обратно, десятичное дробное число 3975123,4 написанное симъ образомъ: 397512,34; 39751,234; 3975,1234, и такъ далѣе, будетъ имѣть знаменованіе въ 10, 100, 1000, и такъ далѣе, кратъ меньшее, нежели каковое имѣло прежде.

(90) Поелику десятичныя дробныя числа изображаются подобно какъ и цѣлыя, и всѣ доселѣ предложенные способы изчисленія въ разсужденіи сихъ послѣднихъ несравненно простѣе, нежели въ разсужденіи первыхъ; то явствуетъ, что весьма полезно быть можетъ приводить обыкновенныя дроби въ десятичныя дробныя числа

И такъ пусть требуется обыкновенную дробь привести въ десятичное дробное число

Для сего къ числителю приставь столько нулей, сколько знаковъ въ десятичной дроби имѣть пожелаешь, и раздѣли его на знаменателя, какъ показано было выше (ч 52); потомъ въ произшедшемъ частномъ отсочти отъ правой руки къ лѣвой столько знаковъ, сколько оныхъ имѣть хотѣлъ въ десятичной дроби, или все тоже, сколько нулей къ числителю приставилъ, и поставь за послѣднимъ изъ нихъ запятую; чрезъ что и будешь имѣть искомую десятичную дробь или и самое десятичное дробное число Ибо, приставливаніемъ къ

числителю нулей, оный какъ и дробь самая, увеличивается въ 10, или 100, или 1000, или и проч крапть (ч 47 и 65); потомъ же въ найденномъ частномъ, равномъ сей увеличенной дроби (ч 60), упомянутымъ постановленіемъ запятой, оное уменьшается во столько же кратъ (ч 89); слѣдовательно такимъ образомъ получается десятичная дробь или самое десятичное дробное число равное предложенной обыкновенной дроби

И такъ съ дробями $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, и проч поступивъ по сему предписанію, мы получимъ

2 | 1000000 | 500000, $\frac{1}{2} = 0,500000 = 0,5$,
10
0

3 | 1000000 | 333333$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3} = 0,333333\frac{1}{3000000}$,
9 . . . . .
10
9 . . .
10 . .
9 . . .
10 . .
9 . .
10
9
10
9
1

4 | 1000000 | 250000, $\frac{1}{4} = 0,250000 = 0,25$,
8
20
20
0

```
5|1000000|200000,
 |10     |
  0
```

$\frac{1}{5} = 0{,}200000 = 0{,}2,$

```
6|1000000|166666 4/6,
 | 6.....|
   40....
   36..
    40...
    36...
     40..
     36..
      40
      36
       40
       36
        4
```

$\frac{1}{6} = 0{,}166666\frac{4}{6000000},$

```
7|1000000|142857 1/7,
 | 7   ..|
   30....
   28....
    20...
    14...
     60..
     56.
      40.
      35.
       50
       49
        1
```

$\frac{1}{7} = 0{,}142857\frac{1}{7000000},$

```
8|1000000|125000,
 |8..    |
  20.
  16.
   40
   40
    0
```

$\frac{1}{8} = 0,125000 = 0,125$

```
9|1000000|111111 1/9,
 |9....  |
  10...
   9
   10
    9
    10
     9
     10
      9
      10
       9
       1
```

$\frac{1}{9} = 0,111111\frac{1}{9000000}$

и проч.

(91) Изъ сихъ примѣровъ явствуетъ, что однѣ изъ обыкновенныхъ дробей приводятся въ десятичныя дробныя числа точно, а другія съ остаткомъ, которой мы обыкновечною дробью изобразили, и котораго иначе и изобразить не можно, когда пожелаемъ имѣть въ десятичномъ дробномъ числѣ точную величину предложенной дроби, ибо естьли къ числителю ея станемъ приставлять новые нули, и дѣйствіе продолжать далѣе и далѣе, то десятичное дробное число до безконечности простираться будетъ.

(92) Чтобы уразумѣть, какимъ образомъ десятичное дробное число, находимое на мѣсто обыкновенной дроби, до безконечности простираться можетъ; то во первыхъ замѣтить надлежитъ, что когда по изложенному выше способу приведенія обыкновенной дроби въ десятичную, сыщемъ въ частномъ столько знаковъ безъ одного, сколько въ знаменателѣ единицъ содержится, и дѣйствіе сіе не оканчивается, тогда десятичная дробь будетъ *перїодическая*, то есть такая, въ которой тѣже самые знаки повторяться будутъ. Въ самомъ дѣлѣ, когда обыкновенная дробь приводится въ десятичную по изложенному выше способу, то каждый изъ остатковъ, которые въ продолженіе дѣленія оставаться будутъ, меньше дѣлящаго числа, которое здѣсь есть знаменатель предложенной обыкновенной дроби; почему число различныхъ между собою остатковъ будетъ всегда меньше числа единицъ содержащихся въ семъ знаменателѣ; и какъ по положенію дѣленіе не оканчивается, когда пройдемъ рядъ различныхъ остатковъ, или лучше, когда сыщемъ въ частномъ столько знаковъ безъ одного, сколько въ знаменателѣ или дѣлящемъ числѣ единицъ содержится, то явствуетъ, что остатки должны, будутъ повторяться, а потому и знаки частнаго, или все тоже, знаки десятичной дроби такъ же повторяться долженствуютъ

Но когда сіе единожды случится, то уже безъ конца продолжаться будетъ, ибо когда дойдемъ до послѣдняго изъ повторяющихся остатковъ, то оные по той же причинѣ, какъ и первые, опять повторяться станутъ, и такъ далѣе до безконечности

(93) Поелику десятичныя дробныя числа употребляются единственно токмо для великой удобности въ совершеніи помощію ихъ различныхъ способовъ изчисленія, и притомъ въ такихъ изысканіяхъ, въ коихъ не требуется совершенной точности; то въ случаѣ тѣхъ обыкновенныхъ дробей, кои въ десятичныя дробныя числа приводятся съ остаткомъ, изображающимся обыкновенною дробью (ч. 91), сей остатокъ всегда бросается, потому что оный столь малъ сдѣланъ быть можетъ, какъ токмо угодно будетъ. И такъ предъидущія выраженія (ч 90) обыкновенно пишутся такимъ образомъ:

$\frac{1}{3} = 0,333333 \ldots$

$\frac{1}{6} = 0,166666 \ldots$

$\frac{1}{7} = 0,142857 \ldots$

$\frac{1}{9} = 0,111111$

и проч.

(94) Чтобы яснѣе видѣть можно было, какимъ образомъ въ случаѣ дробей, кои не приводятся точно въ десятичныя дробныя числа, происходящая погрѣшность при взятіи сихъ чиселъ вмѣсто самыхъ оныхъ дробей, убываетъ, и можетъ даже сдѣлаться меньше всякой по произволенію данной величины; то взявъ какую нибудь дробь $\frac{5}{7}$, приставимъ къ числителю ея 5 сперва одинъ нуль, потомъ два нуля, послѣ три нуля, и такъ далѣе, и произшедшія числа 50, 500, 5000, 50000, и такъ далѣе, раздѣлимъ (по ч. 51 и 52) на знаменателя 7, мы получимъ предѣлы частныхъ, или все тоже, предѣлы дробей $\frac{50}{7}$, $\frac{500}{7}$, $\frac{5000}{7}$, $\frac{50000}{7}$ и такъ далѣе, въ слѣдующихъ цѣлыхъ числахъ 7 и 8, 71 и 72, 714 и 715, 7142 и 7143 и такъ далѣе, такъ что будетъ $\frac{50}{7} > 7$, а < 8, $\frac{500}{7} >$

71, а <72, $\frac{5000}{7}>714$, а <715, $\frac{50000}{7}>7142$, а <7143, и такъ далѣе; почему будетъ такъ же $\frac{5}{7}$ ($=\frac{50}{70}=\frac{500}{700}=\frac{5000}{7000}=\frac{50000}{70000}$ и такъ далѣе) $>0,7$, а $<0,8$, $>0,71$, а $>0,72$, $>0,714$, а $<0,715$, $>0,7142$, а $<0,7143$, и такъ далѣе; и какъ явно, что разность между сими предѣлами дроби $\frac{5}{7}$ есть $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ $\frac{1}{10000}$, и такъ далѣе, то есть убываетъ въ 10 кратъ, то слѣдуетъ, что оная разность между предѣлами дроби $\frac{5}{7}$ можетъ сдѣлаться меньше всякой по произволенію данной величины (ѳ в прц п. 14), а потому разность между самою дробью $\frac{5}{7}$ и меньшими предѣлами 0,7, 0,71, 0,714, 0,7142, и такъ далѣе, и паче меньше всякой по произволенію данной величины учиниться можетъ. Тоже разумѣется и о разности между большими предѣлами и самою дробью $\frac{5}{7}$.

(95) Откуда явствуетъ, какимъ образомъ поступить надлежитъ, когда требуется привести обыкно венную дробь въ десятичное дробное число такъ, чтобы погрѣшность была меньше какой нибудь данной величины. Пусть требуется напримѣръ дробь $\frac{5}{7}$ привести въ десятичное дробное число съ погрѣшностію, которая бы была меньше $\frac{1}{10000}$; для сего къ числителю 5 приставь столько нулей, сколько находится оныхъ въ знаменателѣ дроби $\frac{1}{10000}$, коей погрѣшность должна быть меньше, и поступи какъ выше предписано (ч. 90), чрезъ что и получишь искомое десятичное дробное число 0,7142, какъ то явно

(96) Оттуда же явствуетъ, какимъ образомъ поступить надлежитъ, когда и при дѣленіи цѣлыхъ чисель, на цѣло не раздѣляющихся, требуется изобразить частное чрезъ десятичное дробное число съ погрѣшно-

стію, которая бы была меньше какой ниесть данной величины Пусть требуется напримѣръ число 50 раздѣлить на 7 съ погрѣшностію, которая бы была меньше $\frac{1}{100000}$; для сего раздѣли 50 на 7, что даетъ $7\frac{1}{7}$ (ч. 55); потомъ (по. ч 94) приведи $\frac{1}{7}$ въ десятичную дробь такимъ образомъ, чтобы погрѣшность была меньше $\frac{1}{100000}$: найдется, что сія десятичная дробь есть 0,14285; почему, когда вмѣсто $7\frac{1}{7}$ возмется 7,14285, то погрѣшность будетъ меньше $\frac{1}{100000}$.

Или, приставивъ къ дѣлимому числу 50 столько нулей, сколько оныхъ находится въ знаменателѣ дроби $\frac{1}{100000}$, коей погрѣшность должна быть меньше, произшедшее число 5000000 раздѣли обыкновеннымъ образомъ на дѣлящее 7, и получивъ въ частномъ 714285, отночти отъ правой руки къ лѣвой столько же знаковъ, сколько нулей приставилъ, и поставь запятую; чрезъ что и будешь имѣть искомое частное 7,14285; каковое дѣйствіе основано на слѣдующемъ предложеніи

Когда требуется одно число раздѣлить на другое, а раздѣлится во сколько ниесть кратъ взятое сіе число на то другое; то для полученія требуемаго частнаго, произшедшее отъ сего дѣленія частное во столько же кратъ уменьшить надлежитъ.

Ибо, такъ какъ дѣленіе величинъ на всякое цѣлое число есть взятіе отъ нихъ частной величины (ч. 48), и сколько одна величина есть кратна другой, столько же она будетъ кратна и взятая будучи частно взятой равночастно сей другой величины (e в прц п 3); то истинна сего предложенія явствуетъ

ОТДѢЛЕНІЕ II

О сложеніи десятичныхъ дробныхъ чиселъ.

(97) Пусть сперва требуется сложить десятичное дробное число съ числомъ цѣлымъ, или все тоже, цѣлое число съ десятичнымъ дробнымъ числомъ

Приложи сіе цѣлое число къ цѣлымъ десятичнаго дробнаго числа, и къ произшедшей суммѣ приставь съ запятою десятичную дробь; чрезъ что и будешь имѣть требуемую сумму

Напримѣръ пусть требуется сложить два числа 35, 1784 и 189.

189
35, 1784
224, 1784

Сложи цѣлыя числа 35 и 189 и къ суммѣ 224 присовокупи десятичную дробь 0,1784, будетъ 224, 1784 требуемая сумма. Въ самомъ дѣлѣ, поелику 35, 1784 тоже значитъ, что $\frac{351784}{10000}$ (ч. 30), и 189 тоже что $\frac{1890000}{10000}$ (ч. 59), то сумма двухъ предложенныхъ чиселъ будетъ $\frac{2241784}{10000}$ (ч 72), и слѣдовательно 224, 1784 (ч 30)

(98) Пусть теперь требуется сложить два или болѣе десятичныхъ дробныхъ чиселъ.

Напиши предложенныя числа однѣ подъ другими такимъ образомъ, чтобы единицы были подъ единицами, десятки подъ десятками, и такъ далѣе, равно какъ и десятыя части подъ десятыми частями, сотыя подъ сотыми, и такъ далѣе, потомъ, естьли нѣкоторыя изъ сихъ чиселъ не содержатъ десятичныхъ знаковъ, кои въ другихъ находятся, то на мѣстѣ оныхъ поставивъ или токмо представивъ себѣ мысленно нули, сложи сіи числа точно такъ, какъ будто бы были цѣлыя (ч 35), и въ

произшедшей суммѣ отдѣли запятою столько десятичныхъ знаковъ, сколько оныхъ содержится въ томъ изъ предложенныхъ чиселъ, которое ихъ имѣетъ наиболѣе; чрезъ что и будешь имѣть требуемую сумму, и къ поясненію чего слѣдующіе примѣры прилагаются

I	II.
2076, 13905	0, 0057239
44, 0123	1, 02305
672, 135	8, 00134792
9, 2	65, 000000137
64,	74, 030121957
3365, 48635	

Для доказательства сего правила возмемъ какія нибудь два десятичныхъ дробныхъ числа, напримѣръ 35, 1723 и 213, 57; оныя (по ч. 30) представить можно въ видѣ обыкновенныхъ дробей $\frac{351723}{10000}$ и $\frac{21357}{100}$, изъ коихъ вмѣсто послѣдней можно взять ей равную $\frac{2135700}{1000}$ (ч. 69), и слагаемыя дроби будуть дроби $\frac{351723}{10000}$ и $\frac{2135700}{10000}$, имѣющія одного знаменателя; но (по ч. 72) для сложенія таковыхъ дробей надлежитъ сложить ихъ числителей и сумму раздѣлить на общаго знаменателя, или все тоже, отдѣлить въ оной запятою столько десятичныхъ знаковъ, сколько нулей въ знаменателѣ (ч. 30), то есть столько, сколько десятичныхъ знаковъ въ томъ изъ предложенныхъ чиселъ, которое ихъ имѣетъ наиболѣе, слѣдовательно требуемая сумма сыскивается точно такъ, какъ въ семъ правилѣ предписано, и слѣдовательно симъ образомъ оное доказано.

ОТДѢЛЕНІЕ III

О вычитаніи десятичныхъ дробныхъ чиселъ

(99) Пусть сперва требуется изъ даннаго десятичнаго дробнаго числа вычесть цѣлое число, которое меньше онаго, и обратно изъ цѣлаго числа вычесть десятичное дробное число, которое такъ же меньше онаго

1) Вычти меньшее данное цѣлое число изъ цѣлыхъ частей большаго даннаго десятичнаго дробнаго числа, и къ произшедшей разности приставь съ запятою десятичную дробь, чрезъ что и будешь имѣть требуемую разность

Напримѣръ пусть требуется изъ числа 502, 89351 вычесть 312

502, 89351	Вычти 312 изъ 502, и къ разности 190
312,	присовокупи десятичную дробь 0, 89351,
190, 89351	будетъ 190, 89551 требуемая разность

Въ самомъ дѣлѣ, поелику 502, 89351 тоже значитъ, что $\frac{50289351}{100000}$ (ч. 30), и 312 тоже что $\frac{31200000}{100000}$ (ч. 59), то разность предложенныхъ чиселъ будетъ $\frac{19089351}{100000}$ (ч 76), и слѣдовательно 190, 89351 (ч. 30).

2) Къ большему цѣлому числу приставь столько нулей, сколько находится десятичныхъ знаковъ въ меньшемъ десятичномъ дробномъ числѣ, и вычтя сіе послѣднее изъ перваго точно такъ, какъ будто бы оба были цѣлыя (ч. 41), въ произшедшей разности отдѣли запятою столько десятичныхъ знаковъ, сколько оныхъ въ данномъ меньшемъ числѣ; чрезъ что и будетъ имѣть требуемую разность

Напримѣръ пусть требуется изъ числа 502 вычесть 312, 89351

502, 00000	Приставь къ числу 502 пять нулей и вычтя изъ 50200000 число 31289351, въ происшедшей разности 18910649 отдѣли запя
312, 89351	
189, 10649	

тою пять десятичныхъ знаковъ, и будешь имѣть требуемую разность 189, 10649. Въ самомъ дѣлѣ, поелику 502 тоже значитъ, что $\frac{50200000}{100000}$ (ч 59), и 312, 89351 тоже что $\frac{31289351}{100000}$ (ч. 30), то разность предложенныхъ чиселъ будетъ $\frac{18910649}{100000}$ (ч 76), и слѣдовательно 189, 10649 (ч 30)

(100) Пусть теперь требуется вычесть данное меньшее десятичное дробное число изъ большаго десятичнаго дробнаго числа

Напиши меньшее данное число подъ большимъ такимъ образомъ, чтобы единицы были подъ единицами, десятки подъ десятками, и такъ далѣе, равно какъ десятыя части подъ десятыми частями, сотыя подъ сотыми, и такъ далѣе; потомъ, естьли которое нѣсть изъ сихъ чиселъ не содержитъ десятичныхъ знаковъ, кои въ другомъ находятся, то на мѣстѣ оныхъ въ большемъ числѣ поставивъ, а въ меньшемъ токмо мысленно представивъ нули, вычти сіе послѣднее изъ перваго точно такъ, какъ будто бы были цѣлыя числа (ч. 41), и въ происшедшей разности отдѣли запятою столько десятичныхъ знаковъ, сколько оныхъ содержится въ томъ изъ предложенныхъ чиселъ, которое ихъ имѣетъ болѣе, чрезъ что и будешь имѣть требуемую разность, и къ поясненію чего слѣдующіе примѣры прилагаются.

I	II	III
47, 135	236, 10200	49, 57824
23, 903	47, 98725	48, 9271
23, 232	188, 11475	0, 65114

Для доказательства сего правила, положимъ, что требуется изъ десятичнаго дробнаго числа 235, 102 вычесть таковое же число 47, 98725; числа сіи представить можно въ видѣ обыкновенныхъ дробей $\frac{235102}{1000}$ и $\frac{4798725}{100000}$ (ч. 30), изъ коихъ вмѣсто первой можно взять ей равную $\frac{23510200}{100000}$ (ч. 69), и вычитаемыя одна изъ другой дроби будутъ дроби $\frac{23510200}{100000}$ и $\frac{4798725}{100000}$, имѣющія одного знаменателя; но (по ч. 76) для вычитанія одной изъ таковыхъ двухъ дробей изъ другой, надлежитъ вычесть числителя одной изъ числителя другой, и разность раздѣлить на общаго ихъ знаменателя, или все тоже, отдѣлить въ оной запятою столько десятичныхъ знаковъ, сколько нулей въ знаменателѣ (ч. 30), то есть столько, сколько десятичныхъ знаковъ въ томъ изъ предложенныхъ чиселъ, которое ихъ имѣетъ болѣе, слѣдовательно требуемая разность сыскивается точно такъ, какъ въ семъ правилѣ предписано, и слѣдовательно симъ образомъ оное доказано.

ОТДѢЛЕНІЕ IV

О умноженіи десятичныхъ дробныхъ чиселъ



(101) Пусть сперва требуется умножить данное десятичное дробное число на число цѣлое.

Умножь предложенныя числа между собою точно такъ, какъ будто бы оба были цѣлыя (ч. 47), и въ произведеніи отдѣли запятою столько десятичныхъ знаковъ, сколько оныхъ въ множимомъ числѣ

Напримѣръ пусть требуется умножить 372, 1457 на 28

```
 372,1457
       28
 29771656
 7442914
10420,0796
```

Умножь число 3721457 на 28, и въ произведеніи 104200796 отдѣли запятою четыре десятичныхъ знака, чрезъ что и будешь имѣть искомое произведеніе 10420,0796 Въ самомъ дѣлѣ, первое изъ двухъ предложенныхъ чиселъ можетъ быть представлено въ видѣ дроби $\frac{3721457}{10000}$ (ч. 30), но для умноженія дроби на цѣлое число 28, надлежитъ умножить на сіе цѣлое ея числителя и произведеніе раздѣлить на знаменателя (ч. 79), или все то же, отдѣлить въ ономъ произведеніи столько десятичныхъ знаковъ, сколько въ семъ знаменателѣ нулей (ч 30), или сколько во множимомъ числѣ десятичныхъ знаковъ, слѣдоват. и проч

Примѣч. Точно такимъ же образомъ поступить надлежитъ, когда требуется умножить цѣлое число на десятичное дробное число, потому что произведенiе изъ цѣлаго числа на дробь равно произведенiю изъ дроби на цѣлое число (ч. 81).

(102) Пусть теперь требуется умножить одно десятичное дробное число на другое.

Умножь предложенныя числа точно такъ, какъ будто бы были цѣлыя (ч. 47), и въ произведенiи отдѣли запятою столько десятичныхъ знаковъ, сколько оныхъ находится купно во множимомъ и множащемъ числахъ, чрезъ что и будешь имѣть искомое произведенiе, и къ поясненiю чего слѣдующiе примѣры прилагаются.

I.

```
 2,416
  1,30
------
 12080
 7248
2416
------
3,86160
```

II.

```
  0,01235
   0,0012
---------
     2470
    1235
---------
0,000014820
```

Для доказательства сего правила возмемъ два десятичныхъ дробныхъ числа 0,01235 и 0,0012; оные можно представить въ видѣ обыкновенныхъ дробей $\frac{1235}{100000}$ и $\frac{12}{10000}$ (ч. 30); но для умноженiя двухъ дробей одной на другую, надлежитъ числителя одной умножить на числителя другой, а знаменателя на знаменателя, и первое произведенiе раздѣлить на другое (ч. 80), то есть раздѣлить на единицу сопровожденную столькимъ числомъ нулей, сколько оныхъ въ обоихъ знаменателяхъ купно, или все тоже, сколько десятичныхъ знаковъ во множимомъ и множа-

щемъ числахъ купно; а для сего стоитъ токмо въ произведенiи числителей отдѣлить запятою столько десятич ныхъ знаковъ, сколько оныхъ во множимомъ и множащемъ числахъ (ч 30), слѣдоват и проч

ОТДѢЛЕНIЕ V

О дѣленiи десятичныхъ дробныхъ чиселъ

(103) Пусть сперва требуется раздѣлить десятичное дробное число на цѣлое число, и обратно цѣлое число раздѣлить на десятичное дробное число

1) Раздѣли данное десятичное дробное число на цѣлое такъ, какъ будто бы оба были цѣлыя, приставивъ къ дѣлимому, буде оное въ семъ видѣ меньше дѣлящаго, столько нулей, сколько нужно будетъ, дабы сдѣлалося больше сего дѣлящаго, и въ найденномъ частномъ отдѣли запятою столько десятичныхъ знаковъ, сколько оныхъ находится въ дѣлимомъ числѣ, принимая въ сей счетъ и приставленные нули, естьли въ нихъ была надобность

Напримѣръ пусть требуется 51,234 раздѣлить на 751

```
751|51234|68
    |4506|
     6174
     6008
      166
```

Учинивъ приложенное при семъ изчисленiе, найдется, что частное числа 51234 раздѣленнаго на 751, заключается между двумя предѣлами 68 и 69, и отдѣливъ запятою по три десятичныхъ знака, будешь имѣть предѣлы 0,068

и 0,069, между которыми искомое частное заключается

Въ самомъ дѣлѣ, поелику 51,234 тоже значитъ, что $\frac{51234}{1000}$ (ч. 30), то явствуетъ, что искомое частное будетъ дробь $\frac{51234}{751000}$ (ч. 79); но всякая дробь есть частное числителя раздѣленнаго на ея знаменателя (ч. 64), и раздѣлить числителя 51234 на знаменателя 751000 тоже значитъ, какъ то явно (ч 48), что раздѣлить его сперва на 751, а потомъ произшедшее частное на 1000, или все тоже, отдѣлить потомъ въ ономъ запятою три знака (ч.30), слѣдоват и проч

Пусть еще требуется 0,023 раздѣлить на 25

```
25|2300|92
  |225 |
  ------
     50
     50
     --
      0
```

Учинивъ приложенное при семъ изчисленіе, найдется, что искомое частное заключается между двумя предѣлами 0,0009 и 0,001 (=0,0010), и въ самой точности будетъ 0,00092

Въ самомъ дѣлѣ, поелику 0,023=0,02300 (ч 88), и 0,02300 тоже значитъ, что $\frac{2300}{100000}$ (ч. 30), то явствуетъ, что искомое частное равняется дроби $\frac{92}{100000}$, у которой числитель есть частное числителя 2300, раздѣленнаго на дѣлящее число 25 (ч 83), и слѣдовательно будетъ 0,00092 (ч. 30)

2) Къ данному цѣлому числу приставь столько нулей, сколько находится десятичныхъ знаковъ въ данномъ десятичномъ дробномъ числѣ, и раздѣли первое на сіе послѣднее такъ, какъ будтобы оба были цѣлыя; произшедшее частное будетъ искомое

Напримѣръ пусть требуется 28 раздѣлить на 3,02

```
302|2800|9
   |2718|
   ------
      82
```

Учинивъ приложенное при семъ изчисленіе, найдется, что искомое частное заключается между двумя пре-

дѣлами 9 и 10. Въ самомъ дѣлѣ, поелику 28 тоже значитъ, что $\frac{2800}{100}$ (ч. 59), и 3,02 тоже что $\frac{302}{100}$ (ч. 30), то явствуетъ, что частное сихъ дробей есть дробь $\frac{2800}{302}$ (ч. 86), которая (по ч. 60) заключается между предѣлами 9 и 10

Пусть еще требуется 2 раздѣлить на 3,02.

```
302|2000|0,662
   |2000|
   1812
   ----
    1880
    1812
    ----
      680
      604
      ---
       76
```

Поступивъ по предписанному, найдется, что искомое частное заключается между двумя предѣлами 0 и 1; и естьли изчисленіе продолжить далѣе, то получатся тѣснѣйшіе предѣлы, между которыми частное заключается, и именно оные будутъ: 0,6 и 0,7; 0,66 и 0,67; 0,662 и 0,663, и такъ далѣе, какъ то послѣ изъясненнаго выше (ч. 94) всякой удобно понять можетъ

(104) Пусть теперь требуется данное десятичное дробное число раздѣлить на такое же другое

Здѣсь надлежитъ принять въ разсужденіе три случая или дѣлимое число столько же содержитъ десятичныхъ знаковъ, сколько и дѣлящее, или больше, или меньше, нежели сіе дѣлящее

1) Когда дѣлимое число содержитъ столькоже десятичныхъ знаковъ, сколько и дѣлящее, то раздѣли ихъ одно на другое, какъ числа цѣлыя, не принимая въ разсужденіе десятичныхъ знаковъ.

Напримѣръ пусть требуется 43,1395 раздѣлить на 35,5719.

```
355719|431395|1
      |355719|
       -------
        75676
```

Учинивъ приложенное при семъ изчисленіе, найдется, что искомое частное заключается между двумя предѣлами 1 и 2

Въ самомъ дѣлѣ, поелику 43,1395 и 35,5719 то же значатъ, что $\frac{431395}{10000}$ и $\frac{355719}{10000}$, то явствуетъ, что частное первой дроби раздѣленной на вторую будетъ дробь $\frac{431395}{355719}$ (ч. 86), которая (по ч. 60) заключается между предѣлами 1 и 2

2) Когда дѣлимое число содержитъ въ себѣ больше десятичныхъ знаковъ, нежели дѣлящее, то раздѣли первое число на второе такъ, какъ будто бы оныя были цѣлыя, и въ произшедшемъ частномъ отдѣли запятою столько десятичныхъ знаковъ, сколькими дѣлимое превозходитъ дѣлящее число

Напримѣръ пусть требуется раздѣлить 38,217894 на 23,134

```
23134|38217894|1652
     |23134...|
     ----------
      150838..
      138804
      --------
       120349.
       115670.
       -------
         46794
         46268
         -----
           526
```

Учинивъ приложенное при семъ изчисленіе, найдется, что частное числа 38217894 раздѣленнаго на 23134, заключается между двумя предѣлами 1652 и 1653; но поелику требуется раздѣлить 38,217894 на 23,134, гдѣ дѣлимое число содержитъ десятичныхъ знаковъ тремя болѣе противъ дѣлящаго, то искомое частное будетъ заключаться между предѣлами 1,652 и 1, 653

Въ самомъ дѣлѣ, поелику предложенныя числа представить можно въ видѣ обыкновенныхъ дробей $\frac{38217894}{1000000}$

и $\frac{23134}{1000}$, то явствуетъ, что для раздѣленія первой дроби на вторую, надлежитъ раздѣлить число 38217894 на 23134000 (ч. 86 и 64), но сіе, какъ то явно (ч 48), тоже значитъ, что раздѣлить сперва оное число на 23134, а потомъ произшедшее частное на 1000, или все тоже, отдѣлить потомъ въ ономъ запятою три десятичныхъ знака (ч.30), слѣдоват и проч

Наконецъ 3) Естьли дѣлимое число содержитъ меньше десятичныхъ знаковъ, нежели дѣлящее, то приставь къ первому столько нулей, сколько оныхъ будетъ нужно, дабы оно столько же имѣло десятичныхъ знаковъ, сколько и дѣлящее число, отъ чего величина его не перемѣнится (ч. 88), и такимъ образомъ сей случай обратится въ первый

Напримѣръ пусть требуется 13,51 раздѣлить на 2,72145

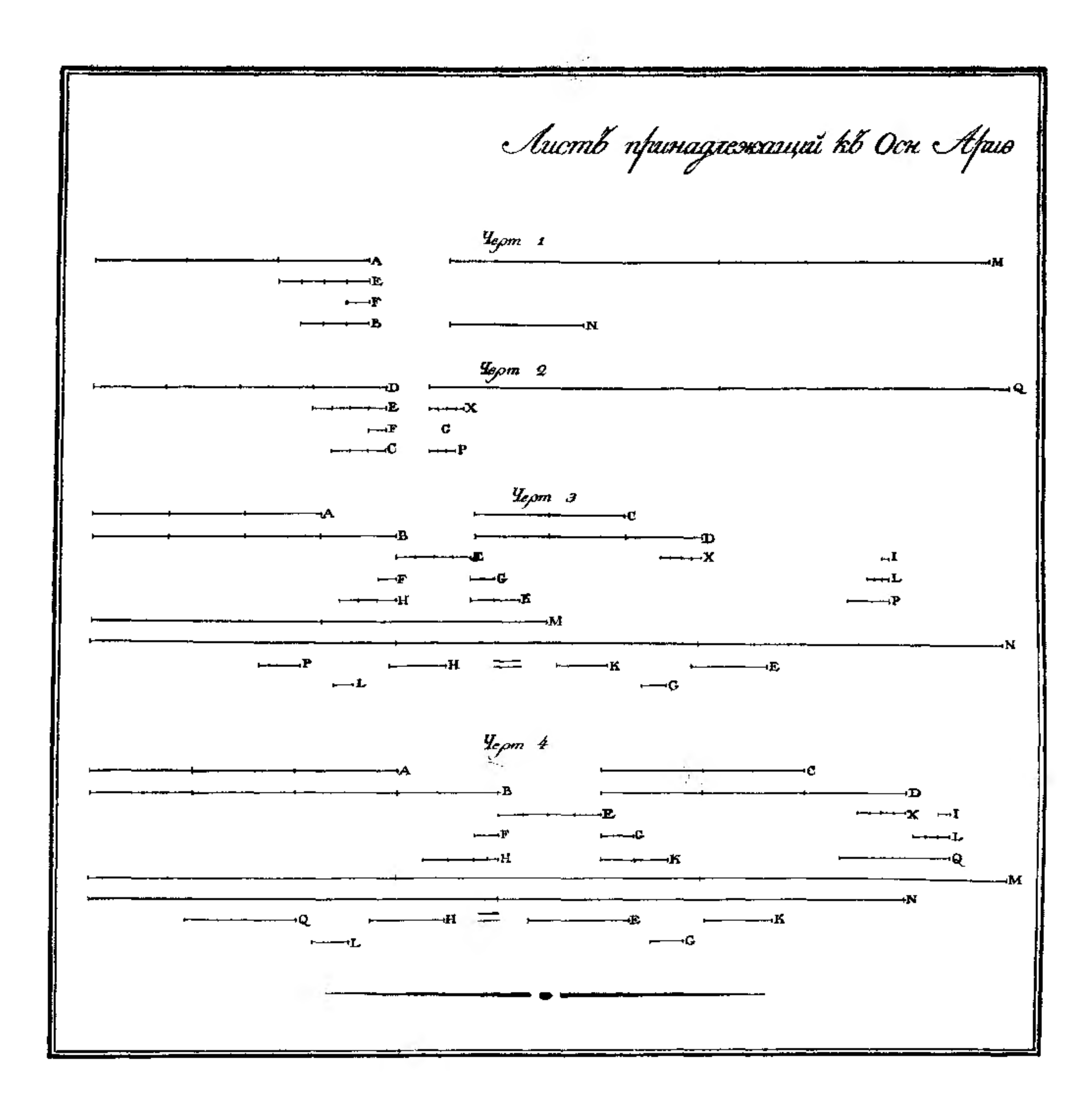
```
272145|1351000|4
      |1088580|
       -------
        262420
```

Учинивъ приложенное при семъ изчисленіе, найдется, что искомое частное заключается между двумя предѣлами 4 и 5.

Теперь слѣдовалобы изложить прочіе способы изчисленія; но поелику для изъясненія ихъ полнымъ образомъ, потребны начала Общей Ариѳметики или Языка Алгебраическаго, то мы разсудили объ нихъ предложить тамъ, и основанія сіи Частной Ариѳметики симъ заключить

Конецъ

Основаніямъ Ариѳметики


Листъ принадлежащій къ Осн Ариѳ
Черт 1
A
E
F
B
M
N
Черт 2
D
E
F
C
Q
X
C
P
Черт 3
A
B
E
F
H
M
N
C
D
G
K
X
I
L
P
P
L
H
K
E
G
Черт 4
A
B
F
H
M
N
C
D
E
G
K
X
I
L
Q
Q
L
H
E
K
G